

中国人口死亡率建模比较及长寿风险度量^{*}

肖鸿民, 赵弘宇[†], 马海飞

(西北师范大学 数学与统计学院, 甘肃 兰州 730070)

摘 要 以我国颁布的 3 套保险行业经验生命表为基础, 结合 1995—2017 年国家统计局发布的《中国统计年鉴》中的死亡率数据, 首先分析了中国全年龄人口数据死亡率动静态变动特点, 其次比较了 LC、CBD 和 APC 3 种模型对中国死亡率数据的拟合优劣, 最后采用最优 APC 模型度量了不同生命表下的长寿风险. 死亡率的动态变化会导致以经验生命表为依据的年金产品定价出现偏差, 增加养老金管理机构的承保风险.

关键词 生命表差异; 死亡率比较; 长寿风险; 保费差异

中图分类号 F840.6

文献标识码 A

DOI:10.16339/j.cnki.hdjjsx.2020.04.002

Comparison of Mortality Modeling and Measurement of Longevity Risk Based on Chinese Population Data

XIAO Hongmin, ZHAO Hongyu[†], MA Haifei

(College of Mathematics and Statistics, Northwest Normal University, Lanzhou, Gansu 730070, China)

Abstract We first analyzed the dynamic and static changes in the mortality rate of all-age population data in China based on the three sets of insurance industry experience life tables promulgated by China and the mortality data in the "China Statistical Yearbook" released by the National Bureau of Statistics (1995—2017). Secondly, we compared the fit of the three models of LC, CBD, and APC to the Chinese mortality data. Finally, the optimal APC model was used to measure the longevity risk under different life tables. Due to the dynamic changes in mortality, the pricing of annuity products based on the empirical life table will be biased, increasing the risk of pension management institutions.

Key words differences in life tables; mortality comparison; longevity risk; premium difference

1 引 言

长寿风险是指个人或总体人群未来的平均实际寿命高于预期寿命而产生的风险^[1,2]. 养老金管理机构面临的长寿风险不容小觑, 其产生的主要原因是人口寿命的延长、社会老龄化以及养老保障制度的滞后. 国内外对长寿风险的研究主要集中在如何对其量化和风险管理. 前者的关键在于死亡率的建模和预测, 后者的关键在于讨论采取基金制和商业化运行的商业年金以及企业年金的长寿风险管理问题.

* 收稿日期: 2020-05-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(12061066); 甘肃省自然科学基金项目(20JR5RA528)

作者简介: 肖鸿民(1967—), 女, 甘肃临洮人, 教授, 博士, 研究方向: 保险精算与风险管理

[†]通信作者简介: 赵弘宇(1995—), 男, 山东济宁人, 硕士研究生, 研究方向: 保险精算与风险管理

E-mail: zhaohongyu167943@163.com

长寿风险量化的最基础最核心的工作就是死亡率建模方法的研究^[3]。在死亡率研究发展的几十年间,国内外学者采用不同的方法对人口死亡率进行建模,由于生命表的静态编制特征,Heligman 和 Pollard^[4],Carriere^[5]分别提出了描述整个生命周期的静态死亡率模型,HP 模型和 CR 模型,并在描述美国、英国、意大利、德国等部分国家的全年龄段死亡率规律中,得到了良好的效果。孙佳美和许素英^[6]分别应用 HP 模型和 CR 模型来拟合我国 0~89 岁男性和女性的人口死亡率,并应用参数 Bootstrap 方法评估两种模型的拟合精度,结果表明 CR 模型的拟合效果更好。但静态死亡率模型往往很难刻画死亡率随时间的动态变化过程,为此, Lee 和 Carter^[7]提出了一种同时考虑死亡率与年龄、年份两因素之间关系的离散时间序列模型——Lee-Carter 模型(简称 LC 模型),并广泛应用到许多国家和地区的死亡率预测中。随后, Cairn、Black 和 Dowd^[8]提出了包含两因子效应的 CBD 模型,简化了 LC 模型中的计算过程,受到了更多学者的青睐, Renshaw 和 Haberman^[9]改进了 LC 模型,考虑世代效应,提出了包含年龄,时期,出生年龄 3 个方面共同影响的 APC (Age-Period-Cohort)模型,此类随机动态死亡率模型得到了广泛的应用。

国内外许多学者也基于动态随机死亡率的框架对人口死亡率下降而导致的长寿风险进行了度量。Olivieri^[10]采用生存年金的经典精算现值对长寿风险进行度量,并且和 Pitacco^[11]度量了美国企业年金系统的长寿风险。韩猛和王晓军^[12,13]提出的改进后的 Lee-Carter 模型,将年金保险合同定价问题与年金保单组的破产概率相结合,探讨了保单规模和性别对长寿风险的影响和长寿风险对保单组破产概率和破产时间的影响,以及个人年金产品未来净保费的要求。Richard^[14]提出了一种新的年金现值的计算方法,探讨了随机死亡率模型在统一框架下的适用性,并给出了度量一年期长寿风险的随机模拟方法。针对这一年金计算方法,赵明和王晓军^[15,16]度量了保险公司的两类长寿风险,分析了极限年龄与折现率变动对长寿风险影响的敏感性,计算 GlueVaR 方法下的养老金系统长寿风险度量值。赵明等^[17]基于 LC 稳健模型,研究中国人口死亡率变动特征预测未来 30 年中国人口死亡率,度量了中国养老金体系所面临的长寿风险。

以上研究对长寿风险的度量研究大都基于经典的 LC 模型对未来死亡率进行预测,没有考虑 LC 模型与其他模型相比,对全年龄中国数据的拟合优劣效果以及生命表数据选择不同带来的差异。本文分析了生命表数据与死亡率建模研究的关系,使用 R 语言在多种动态死亡率模型下对中国人口死亡率数据进行拟合,找到最适合中国死亡率数据的 APC 模型,度量不同生命表下的长寿风险,说明死亡率建模研究在养老金管理行业中的重要意义。

2 生命表数据的特点

死亡率建模研究的数据来源于一个国家或地区的人口死亡率变动水平。建立完善、准确、高效的保险行业经验生命表是人身保险业的基石,是一个国家或地区保险精算技术水平高低的重要标志。经验生命表广泛用于产品定价、准备金评估、现金价值计算等各个方面。我国现已颁布并实施了 CL(90-93), CL(00-03)和 CL(10-13)3 套生命表,最新的 CL(10-13)共收集了 3.4 亿张保单、185 万条赔案数据,覆盖了 1.8 亿人口,样本数据量位居世界第一,大大提升了编制的准确性,为养老保险发展夯实了技术基础。

经验生命表形式是静态的,包含了不同年龄群组的死亡情况,但并没有考虑到由于出生年效应变化和人口死亡率逐年改善的动态形式,所以传统的静态生命表无法描述结合年份变化和年龄变化的人口死亡率变化规律^[18]。

假定 1995 年 60 岁群组的一年之内的死亡率为 $q_{x,t}$, 5 年之后的 $q_{x+5,t+5}$ 是 2000 年 65 岁群组的一年之内的死亡率,但事实上,根据静态生命表,由于没有年份限制,只能直接采用 1995 年 65 岁群体一年之内的死亡率 $q_{x,t+5}$, 这会造成对未来 5 年内的死亡率预测出现误差,保险产品的定价与实际的死亡率不一致,导致保险公司在计算年金保费时明显低估,造成准备金不足,引发风险。这也是我国 10 年一周期不断颁布新的生命表的原因,但由于所收集数据量的庞大及其复杂程度,无法进行逐年编制,所以需要静态生命表进行改善。

考虑动态生命表需要反映未来的死亡率变动情况,假设 t 年 x 岁的群组运动到 $t+n$ 年 $x+n$ 岁,该群组的死亡率动态变化情况如下:

令 p_x 表示 t 年 x 岁的人活过 1 年的生存概率,则

$$p_x = 1 - q_x. \quad (1)$$

此时静态与动态的生命表是没有区别,经过一年的时间,静态生命表下的生存概率为

$$p_{x+1} = 1 - q_{x+1}. \quad (2)$$

这里 t 表示初始年份,而动态生命表下,由于考虑年份的变化,生存概率为

$$p_{x+1,t+1} = 1 - q_{x+1,t+1}. \quad (3)$$

那么考虑 n 年之后的情况, ${}_n p_x$ 就表示 t 年 x 岁的群组活过 n 年的生存概率,则

$$\text{静态: } {}_n p_{x,t} = p_{x,t} \times p_{x+1,t} \times p_{x+2,t} \times \cdots \times p_{x+n-1,t} = \prod_{i=0}^{n-1} p_{x+i,t}, \quad (4)$$

$$\text{动态: } {}_n p_{x,t} = p_{x,t} \times p_{x+1,t+1} \times p_{x+2,t+2} \times \cdots \times p_{x+n-1,t+n-1} = \prod_{i=0}^{n-1} p_{x+i,t+i}. \quad (5)$$

下面利用图1直观说明静态生存概率和动态生存概率所产生的差异,数据来源于使用上述方法由中国人口死亡率数据和中国人身保险业经验生命表 CL(10-13) 构建的动态生命表。

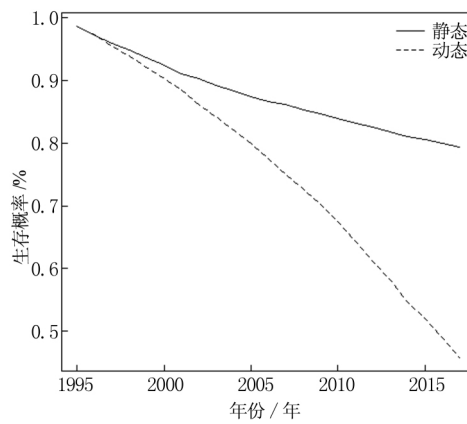


图1 60岁群组的静态动态生存概率比较结果

由此可见,静动态生命表的使用不同,对未来年份的生存概率估算差距较大,由此带来死亡率低估会造成养老金管理机构偿付能力不足的长寿风险^[14],所以,基于动态生命表的随机死亡率模型的研究尤为重要。

3 不同模型的死亡率拟合结果

基于动静态生命表的数据特点,引入随机动态死亡率模型来对养老金投保群体的未来死亡率变动进行预测,本文选择经典 L-C 模型、L-C 模型的扩展模型 APC (Age-Period-Cohort) 以及考虑双因子的 CBD (Cairn-Black-Dowd) 模型对中国死亡率数据进行拟合,并比较 3 种模型的拟合效果,选择拟合效果最优的模型度量投保人群的长寿风险。

3.1 模型介绍和参数估计

L-C 模型:

$$\ln m_{x,t} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t \quad (6)$$

是由 Lee 和 Carter^[7] 提出的经典动态死亡率模型,该模型的应用已十分广泛,但并没有考虑当下研究的世代效应,所以本文并不做过多赘述。

APC 模型:

$$\log m_{x,t} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t + \gamma_{t-x} \quad (7)$$

由 Renshaw 和 Haberman^[9] 提出,是对 LC 模型的改进,其中 $m_{x,t}$ 表示 x 岁的人在特定年份 t 的中心死亡率, α_x 表示年龄变化对死亡率对数影响的基数; $\beta_x^{(1)}$ 表示年龄变化对死亡率影响的趋势,为了克服 LC 模型年龄效应缺少平滑性的特点,这里令 $\beta_x^{(1)} = 1$,而根据年份 t 变化的时间效应 κ_t 可以看做是一个 ARIMA 过程(Continuous Mortality Investigation, 2007),反映的是死亡率随时间 t 的变化水平,并且加入了世代效应 γ_{t-x} 来反映群组的出

生年效应对死亡率水平的影响,这里还需满足 $\sum_t \kappa_t = 0, \sum_c \omega_c \gamma_c = 0, \sum_c \omega_c c \gamma_c = 0$.

CBD 模型:

$$\log m_{x,t} = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x = \bar{x}) \tag{8}$$

是由 Cairn, Black 和 Dowd^[8] (2006) 提出的一个相对简洁的基于 Logistic 转换的双因子模型,其中, $\kappa_t^{(1)}$ 和 $\kappa_t^{(2)}$ 为带漂移项的二维随机游走过程, \bar{x} 代表了样本年龄的平均值,该模型本质上是一个包含了不同年份 t 的 Gompertz 模型^[14]. 对上述随机死亡率模型进行参数估计时,都假定死亡人数 $D_{x,t}$ 服从参数为 $\lambda_{x,t}$ 的泊松分布, $\lambda_{x,t} = m_{x,t} E_{x,t}$, 即

$$D_{x,t} \sim \text{Poisson}(m_{x,t}, E_{x,t}), \tag{9}$$

其中, $D_{x,t}$ 表示年龄为 x 的人在日历年 t 的死亡人数, $E_{x,t}$ 表示年龄为 x 人在日历年 t 的平均暴露风险数. 对于给定的模型,用 ϕ 来代表待估计的参数向量,符号 $m_{x,t}$ 扩展成 $m_{x,t,\phi}$ 来代表参数之间的依赖性. 对于所有的模型都可以通过极大似然估计方法进行参数估计,其对数似然函数形式如下:

$$L(\phi; D, E) = \sum_{x,t} [D_{x,t} \ln(E_{x,t} \cdot m_{x,t,\phi}) - E_{x,t} \cdot m_{x,t,\phi}] - \ln(D_{x,t})! \tag{10}$$

最后运用牛顿迭代法得到各参数的估计值,牛顿迭代公式如下:

$$\hat{\phi}^{(n+1)} = \hat{\phi}^{(n)} - \frac{\partial L^{(n)} / \partial \phi}{\partial^2 L^{(n)} / \partial \phi^2}, \tag{11}$$

$\hat{\phi}^{(n)}$ 是第 n 次迭代参数, $L^{(n)} = L[\hat{\phi}^{(n)}]$. 当迭代次数使得(10)的增量足够小(小于 10^{-10})时停止迭代.

3.2 拟合结果

本文采用了我国颁布的 3 套中国人身保险业经验生命表(CL90-93, CL00-03, CL10-13), 以及国家统计局年鉴中的人口死亡率数据,使用上文中提到的构建动态生命表的方法建立了 1995-2017 年份的 0-90 岁中国人口动态死亡数据,分别用 3 种模型进行拟合得到各模型参数估计的结果如图 2 所示.

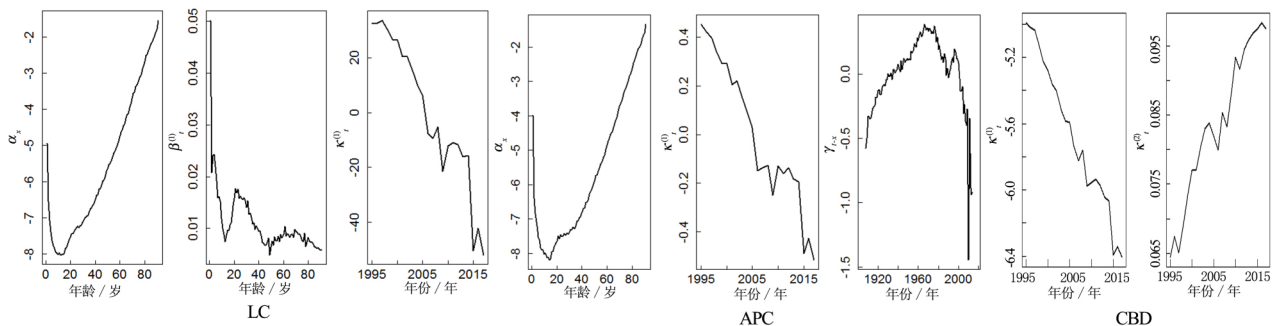


图 2 LC 模型、APC 模型和 CBD 模型参数估计结果

3 种模型参数中,衡量死亡率随时间 t 变化的 $\kappa_t^{(1)}$ 趋势是一致的,说明中国人口数据中影响死亡率变化的参数 $\kappa_t^{(1)}$ 是随着时间 t 降低的,反映出死亡率随时间改善的趋势,之后通过 3 种模型的残差图和对不同年龄人群组死亡率拟合程度,来直观地比较 3 种模型对数据的拟合优劣程度,如图 3 和 4 所示.

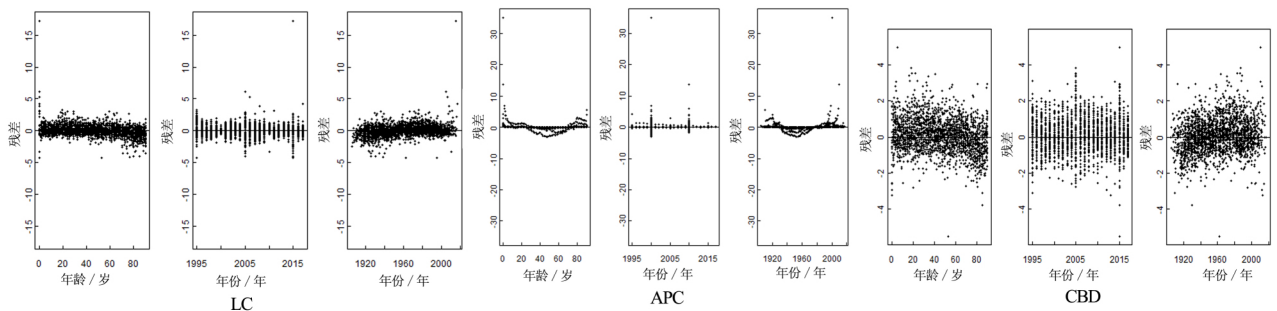


图 3 LC 模型、APC 模型和 CBD 模型的残差图

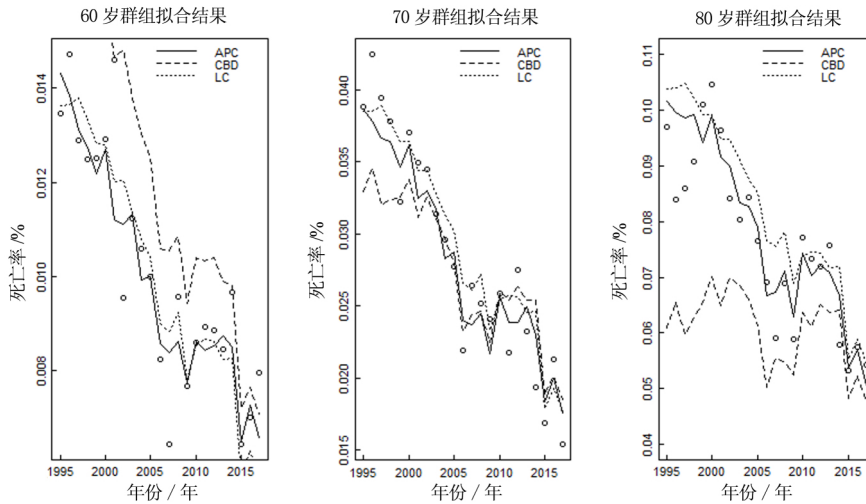


图 4 不同年龄组两种模型拟合比较结果

从图 3 中可以看出,APC 模型的残差分布比 CBD 模型和 LC 模型的残差分布更接近于零轴,LC 模型出现了拟合结果在 7 左右的极端值,CBD 模型出现了拟合结果在 30 左右的极端值,说明 APC 模型对中国人口死亡率拟合效果更好.图 4 选择不同年龄组死亡率分布实际值和拟合值进行对比,结果说明 CBD 模型只有在 70 岁年龄组的拟合效果较好,其他两个年龄组结果都不理想;而 LC 和 APC 模型在 3 个年龄组的拟合效果差距不大,但都优于 CBD 模型.此外,为了进一步比较 3 种模型的优劣,给出全年龄数据下的 3 种模型的 AIC 和 BIC 值,总偏差(Deviance)、拟合优度(R^2)等参数的比较结果,如表 1 所示. APC 模型的 AIC、BIC 值都低于 LC 和 CBD 模型,说明 APC 模型虽然变量多,但是对死亡率解释程度要优于 CBD 和 LC 模型.同时,APC 模型的总偏差、均方误差最小,拟合优度最高,比 LC 模型更加适用于中国人口数据的变动情况.

表 1 3 种模型 AIC 和 BIC 及偏差结果

模型	参数个数	AIC	BIC	偏差 Deviance	拟合优度 $R^2 / \%$	均方误差 RMSE
LC	203	20052.57	21197.62	6142.97	98.13	0.0065
APC	218	18873.09	20102.74	4933.48	98.30	0.0055
CBD	46	472925	4724184	4710377.43	94.56	0.0141

至此,完成了对中国人口死亡率变动情况的数据拟合分析,最终选取 APC 模型作为适合中国人口死亡率的随机动态死亡率模型,并给出了该模型下我国 0~90 岁年龄群组的人口死亡率分布,如图 5 所示.

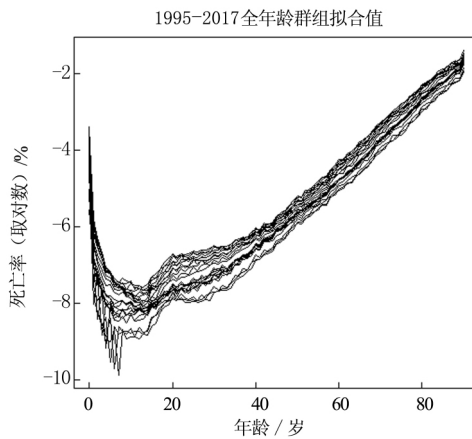


图 5 APC 模型全年龄死亡率拟合结果(0~90 岁)

图 5 中自上而下分别为 1995—2017 年死亡率变化曲线.由此可见,APC 模型下中国人口死亡率整体呈

现两端略高,10 岁之前变化趋势较大,10 岁之后死亡率随年龄增长平稳上升的特点. 相同年龄群组由于环境、医疗、经济各因素水平在组内随时间 t 增加而得到改善,使死亡率随逐渐降低;而不同群组由于处在同一时间 t 内,享受同等条件下的环境、医疗、经济水平,所以死亡率随年龄 x 增大是逐年升高的.

4 死亡率预测与长寿风险度量

4.1 精算现值差异

长寿风险的度量和动态死亡率的预测密不可分,对人口寿命延长导致的长寿风险问题,一般使用生存年金现值的方法对长寿风险进行度量,基于精算模型的理论知识,最经典的精算现值如下:

$$\bar{a}_x^{(1)} = \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_tP_x v^t, \tag{12}$$

其中, ω 为极限年龄, ${}_tP_x$ 为 x 岁的人活过 t 年的生存概率, v 为折现因子,表达式为: $v = (1+i)^{-1}$, i 表示折现率, \bar{a}_x 表示每生存一年支付额为 1 的连续性即期生存年金的精算现值(趸缴纯保费). 这里即期生存年金是指在投保人缴纳所有保费且保险合同生效后保险人立即按期给付保险年金的年金保险,通过比较式(12)的数值大小,可以估算预期的风险. Richard^[14]提出了一种新的年金现值的计算方法:

$$\bar{a}_x^{(2)} = \bar{a}_{x:\omega-x} \approx \frac{1}{2} + \sum_{t=1}^{\omega-x-1} {}_tP_x v^t + \frac{1}{2} {}_{\omega-x}P_x v^{\omega-x}. \tag{13}$$

比较这两种年金现值的计算方法:

$$\bar{a}_x^{(1)} - \bar{a}_x^{(2)} = \frac{1}{2} {}_{\omega-x}P_x v^{\omega-x} - \frac{1}{2}. \tag{14}$$

考虑式(14)中的极端情形,令 ${}_{\omega-x}P_x = 1, i = 0$ 代入后得 $\bar{a}_x^{(1)} - \bar{a}_x^{(2)} = 0$,即两种精算现值相等,但是实际情形中, ${}_{\omega-x}P_x$ 是 x 岁的人活过 $\omega-x$ 年的生存概率,而折现率 i 始终大于 0,无论 ${}_{\omega-x}P_x$ 和 i 何变化,始终有 ${}_{\omega-x}P_x v^{\omega-x} < 1$ 成立,所以

$$\bar{a}_x^{(1)} - \bar{a}_x^{(2)} \leq 0. \tag{15}$$

说明精算现值 $\bar{a}_x^{(2)}$ 几乎恒大于 $\bar{a}_x^{(1)}$,更符合实际死亡率情形,使用精算现值 $\bar{a}_x^{(2)}$ 计算保费考虑了长寿风险和利率风险的极端情形,使得对未来保费的估算更加准确,降低死亡率和利率突变对养老金管理机构造成的承保风险.

4.2 死亡率预测结果及净保费值

由上文中得到的模型拟合结果,选择效果最优的 APC 模型对未来 50 年的人口死亡率进行预测,并度量即期生存年金的未来净保费. 得到 60,70 和 80 岁群组在 APC 模型下的未来死亡率预测分布,如图 6 所示.

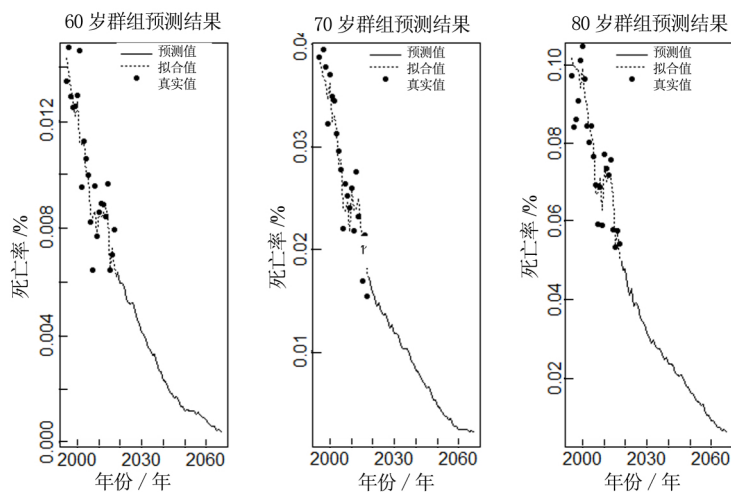


图 6 60,70 和 80 岁群组的未来死亡率预测

随着时间的增加,3个年龄群组内的未来预期死亡率是不断降低的,符合二中得到的中国人口死亡率特点.而不同群组的动态死亡率(例:1995年60岁;1996年61岁;依次类推)是逐年升高的,说明了APC预测的准确性.

其次,基于1995—2017年的历史数据,给定折现率为2.5%,计算在静态,动态生命表以及APC动态生命表3种情况下的60岁群组购买5,10和20年的即期年金的净保费,比较3种情形之下的长寿风险.

表2 3种情形下即期年金未来净保费值

情形	2000年	2005年	2015年
静态	5.380	9.066	16.195
动态	5.374	9.039	16.047
APC	5.374	9.038	16.045
动静态差异	0.01	0.02	0.14

随着年份的不断增长,3种情形下的净保费值都在不断增加,保险公司的给付水平逐年上升,但动态生命表和APC模型下的净保费值明显低于静态生命表,同时静态生命表与非静态的差别将随着年份增加越来越大,当年金给付额和参保人数增大时,这种差异会更加明显.上文中得到的动态随机死亡率的合理性说明APC死亡率模型对保费估算更加准确,养老金机构对养老金业务的风险把控将更为精确,每年筹措的资金的压力更低,资本活力更高.最后,表3给出了由2017年起未来20年间在不同年龄时刻购买年金人群的净保费值变化规律.

表3 不同年龄人群净保费值变化规律

年龄组	5年	10年	15年	20年
60岁	5.4694	9.2661	12.4165	14.9673
70岁	5.4377	9.2102	12.3410	14.8932
80岁	5.3597	9.1221	12.2736	14.8442

可以发现,通过时间的不断增长,所有年龄群组的净保费值都在不断增加,而随着年金购买起始年龄的不断增大,净保费值不断降低.这说明,相同群组由于死亡率随时间 t 增加而降低,所以年金的给付水平逐年升高;不同年龄群组死亡率是随年金购买初始年龄 x 增加而升高,年金的给付水平不断降低,符合中国人口死亡率特点.同时,年龄之间的保费差距随着年份的增加在逐渐缩小,这就给养老金机构设计年金产品带来了导向作用,如果发生死亡率高估带来的长寿风险,导致实际保费高于估计水平,那么对年金产品运作的前期以及60—70岁群组的影响较大,应将这两种因素视为年金产品设计中的高风险因素.

5 结 论

本文主要以现阶段死亡率建模研究中的动态死亡率模型为理论基础,结合中国3套保险业经验生命表,以及部分国家统计局年鉴中的人口数据构建了1995—2017年的中国动态死亡率生命表并分析了生命表不同带来的死亡率预测的差距,采用3种模型分别拟合数据,最后利用年金精算现值的方法度量了未来人口死亡率变动引发的长寿风险.研究结果表明,APC模型拟合中国数据的残差最小,拟合效果优于经典LC模型和CBD模型;中国人口死亡率特点呈现为相同年龄群组随时间不断增加,群组死亡率不断降低;而不同年龄群组,随着时间的不断推移,群组年龄增加,整个群组的动态死亡率是不断升高的.

随机动态死亡率模型对中国人口的长寿风险把控更为准确.精算现值的选取降低了死亡率和利率突变对养老金管理机构造成的承保风险,而动态生命表的度量避免了对长寿风险的保守估计导致的保险公司资金的闲置,提高了资本转换的水平,在整体上降低了公司面临的风险.此外,在给定的2.5%的折现率情况

下,5年内的连续给付额为1的年金净保费值都大于5,这说明短期的生存年金要承担较大长寿风险,在年金给付的初期阶段,养老金管理机构需要通过增加投资收益率来保证准备金的充足,也要规避投保人的逆选择风险,筛选出稳定性较高的人群进行年金产品的交易.提高收益率意味着养老金管理机构需要将大部分资产用于风险性投资,因此,从长期经营的稳定性来看,应充分考虑长寿风险和投资风险的综合效应,权衡利弊.

参考文献

- [1] MACMINN R, BROCKETT P, BLAKE D. Longevity risk and capital markets[J]. *Journal of Risk and Insurance*, 2006, 73(4): 551—557.
- [2] STALLARD E. Demographic issues in longevity risk analysis[J]. *Journal of Risk and Insurance*; 2006, 73(4): 575—609.
- [3] 段白鸽. 动态死亡率建模与长寿风险量化研究评述[J]. *保险研究*, 2015(4): 35—50.
- [4] HELIGMAN L, POLLARD J H. The age pattern of mortality[J]. *Journal of the Institute of Actuaries*; 1980, 107(1): 49—80.
- [5] CARRIERE J F. Parametric models for life tables; 061007 (M01, B10). [J]. *Insurance Mathematics & Economics*, 1994, 14(1): 66.
- [6] 孙佳美, 许素英. 参数 Bootstrap 方法在全年龄人口死亡模型中的应用[J]. *保险研究*, 2012(7): 26—35.
- [7] LEE R D, CARTER L R. Modeling and forecasting U S mortality[J]. *Journal of the American Statistical Association*; 1992, 87(14): 659—675.
- [8] CAIRNS A J G, BLAKE D, DOWD K. A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty; Theory and calibration [J]. *Journal of Risk and Insurance*; 2006, 73(4): 687—718.
- [9] RENSHAW A E, HABERMAN S. A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors[J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2006, 38(3): 556—570.
- [10] OLIVIERI A. Uncertainty in mortality projections: An actuarial perspective[J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2001, 29(2): 127, 145.
- [11] OLIVIERI A, PITACCO E. Solvency requirements for pension annuities[J]. *Journal of Pension, Economics and Finance*, 2003, 2(2): 412—458.
- [12] 韩猛, 王晓军. 个人年金产品中蕴含的长寿风险研究[J]. *保险研究*, 2013(6): 52—58.
- [13] 韩猛, 王晓军. 长寿风险对未来年金净保费的影响[J]. *数理统计与管理*, 2014, 33(6): 965—972.
- [14] PLAT R. One-year value-at-risk for longevity and mortality[J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2011, 49(3): 117—135.
- [15] 赵明, 王晓军. 保险公司长寿风险度量[J]. *统计研究*, 2015, 32(12): 76—83.
- [16] 赵明, 王晓军. 基于 GlueVaR 的我国养老金系统长寿风险度量[J]. *保险研究*, 2015(3): 13—23.
- [17] 赵明, 米海杰, 王晓军. 中国人口死亡率变动趋势与长寿风险度量研究[J]. *中国人口科学*, 2019(3): 67—79.
- [18] 徐颖. 动态死亡率下寿险产品的定价风险分析[D]. 上海: 复旦大学数学科学学院, 2010.

(责任编辑:文 轩)