文章编号：1001-5078(2008)04-0400-04
·图像与信号处理·

基于二维直方图的图像分割算法研究

杨金龙[1]，张光南[1,2]，厉树忠[1]，田 野[1]，王全来[1]
（1. 西北师范大学物理与电子工程学院，甘肃 兰州 730070；2. 宝鸡文理学院计算机科学系，陕西 宝鸡 721007）

摘 要：分析比较了基于二维直方图的两种图像分割算法，在此基础上提出了新的阈值分割输出函数，并进一步改进了传统的阈值分割方法。该方法不仅充分考虑了像元点之间的空间相关信息，增强了识别能力，而且大大降低了运算的时间。
关键词：图像分割；二维直方图；二维 Otsu法；Fisher准则函数
中图分类号：TP391 **文献标识码**：A

Study of Image Segmentation Algorithm Based on Two-dimensional Histogram

YANG Jin-long[1], ZHANG Guang-nan[1,2], LI Shu-zhong[1], TIAN Ye[1], WANG Quan-lai[1]
(1. College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China;
2. Department of Computer Science and Technology, Arts and Science of Baoji University, Baoji 721007, China)

Abstract: This paper gives a new threshold segmentation function and improves traditional threshold segmentation by analyzing and comparing two gray-level image segmentation algorithm based on two-dimensional histogram. This method not only fully considers space related information of pixels each other and enhances the identification capability, but also decreases computational time greatly.
Key words: image segmentation; two-dimensional histogram; two-dimensional Otsu method; Fisher criterion function

1 引 言

在灰度图像分割的众多方法中，灰度阈值法是最重要、最基本的也是最简单实用的图像分割技术之一。然而，传统的方法大多数是根据图像的一维灰度直方图选择阈值[1]。由于图像的一维灰度直方图仅反映了图像的灰度分布，不能反映图像像素之间的空间相关的各种有效信息，当图像的复杂性提高、信噪比递减，或由于照明等因素的影响，使得图像的一维灰度直方图不一定出现明显的“峰和谷”时，仅利用灰度值分布得到的阈值往往不能得到满意的分割效果，甚至还可能产生严重的分割错误[2]。这是因为像素灰度值仅仅反映了像素灰度级的幅值大小，并没有反映出像素与邻域的空间相关信息。近年来，有不少方法利用图像的二维灰度直方图——像素的灰度值分布及其邻域的平均灰度值分布所构成的二维直方图进行阈值分割，大大提高了分割的准确性和抗噪能力[3-5]。本文通过对传统二维 Otsu法与二维 Fisher准则函数算法的分析研究，提出了一种基于二维直方图的新的阈值分割方法，并给出了新的阈值分割输出函数。该方法克服了传统算法对位于阈值附近且像素灰度值与其邻域平均灰度值相差不大的区域简单地认为出现的概率为零的不足，从而使得算法变得更加准确，提高了图像的分割效果，运算时间也大大降低。

作者简介：杨金龙（1981－），男，电路与系统专业硕士研究生，主要研究方向为图像信息处理及模式处理。E-mail: yjlgedeng@163.com
收稿日期：2007-10-10

2 二维直方图原理

设图像的灰度级为 L,相应的像素邻域平均灰度的灰度级也为 L,f(x,y)为图像在(x,y)点的灰度值,g(x,y)为以(x,y)为中心,k×k邻域内的平均灰度值,其中 g(x,y)的表达式为:

$$g(x,y)=\frac{1}{k^2}\sum_{m=-k/2}^{k/2}\sum_{n=-k/2}^{k/2}f(x+m,y+n) \quad (1)$$

式中,$1\leqslant x+m\leqslant M$,$1\leqslant y+n\leqslant N$,M,N分别为图像的宽度和高度;k一般取奇数。

定义二维直方图 N(i,j)的值表示为像素灰度值 f(x,y)=i且同时像素邻域平均灰度值 g(x,y)=j的像素的个数(i,j=0,1,…,L)。基于像素灰度和像素邻域灰度均值的三维描述如图 1所示。

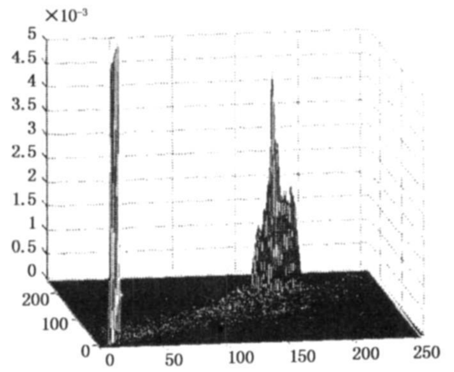


图 1 基于像素灰度和像素邻域灰度均值的三维描述

对于一幅 M×N大小的灰度图像可以利用像素点的灰度值和其邻域平均灰度值组成的二元组(i,j)来表示图像。若设二元组(i,j)出现的频数为 f_{ij},则相应的联合概率密度 p_{ij}为:

$$p_{ij}=f_{ij}/(M\times N) \quad (2)$$

其中,i,j=0,1,…,L−1;并且$\sum_i\sum_j p_{ij}=1$。以 i,j为自变量,p_{ij}为应变量,就可形成二维灰度直方图,如图 2所示。因为 p_{ij}为灰度值 i和其邻域均值 j的共生概率密度,在绝大多数情况下,p_{ij}分布主要集中在(0,0)~(L−1,L−1)对角线周围,且在灰度直方图没有明显的峰和谷的情况下,也呈现出明显的两个峰。令二维矢量(s,t)为阈值,可将图像的二维直方图分成 4个区域。根据同态性,在目标和背景处,像素的灰度值和邻域的平均灰度值接近,在目标和背景的分界邻域,像素的灰度值和邻域的平均灰度值差距较大,因此目标和背景中的像素将出现在对角线周围。区域 C_0 代表背景,区域 C_1 代表目标;远离对角线的 A和 B代表可能的边缘和噪声。从二维直方图分割的原理可以看出,本算法充分考虑了图像的空间信息,可以尽量减少噪声的污染。

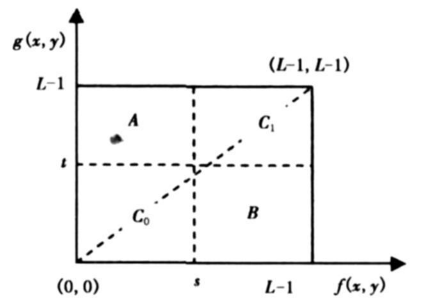


图 2 二维直方图

3 两种阈值分割方法

3.1 二维 Otsu阈值分割法

二维直方图中存在与图像背景和目标相对应的两类区域(分别用 C_0 和 C_1 表示),它们有不同的概率分布。如利用二维直方图中任意门限向量(s,t)对图像进行分割(其中 $0\leqslant s,t<L-1$),那么这两类区域发生的概率分布为:

$$\omega_0(s,t)=P_r(C_0)=\sum_{i=0}^{s}\sum_{j=0}^{t}p_{ij} \quad (3)$$

$$\omega_1(s,t)=P_r(C_1)=\sum_{i=s+1}^{L-1}\sum_{j=t+1}^{L-1}p_{ij} \quad (4)$$

背景和目标对应的均值矢量为:

$$\mu_0=(\mu_{0i},\mu_{0j})^T=[\sum_{i=0}^{s}\sum_{j=0}^{t}ip_{ij}/\omega_0(s,t)\cdot\sum_{i=0}^{s}\sum_{j=0}^{t}jp_{ij}/\omega_0(s,t)]^T \quad (5)$$

$$\mu_1=(\mu_{1i},\mu_{1j})^T=[\sum_{i=s+1}^{L-1}\sum_{j=t+1}^{L-1}ip_{ij}/\omega_1(s,t)\cdot\sum_{i=s+1}^{L-1}\sum_{j=t+1}^{L-1}jp_{ij}/\omega_1(s,t)]^T \quad (6)$$

由于远离直方图的对角线的概率可忽略不计,则 $\omega_0+\omega_1\approx1$,总体均值 μ_z可表示为:

$$\begin{aligned}\mu_z&=(\mu_{zi},\mu_{zj})^T=[\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1}ip_{ij},\sum_{i=s+1}^{L-1}\sum_{j=t+1}^{L-1}jp_{ij}]^T\\&=\omega_0\mu_0+\omega_1\mu_1\end{aligned} \quad (7)$$

定义一个目标和背景类间的离散测度矩阵[6]:

$$\begin{aligned}\sigma_B&=\sum_{k=0}^{1}p_r(c_k)[(\mu_k-\mu_z)(\mu_k-\mu_z)^T]\\&=\omega_0[(\mu_0-\mu_z)(\mu_0-\mu_z)^T]+\\&\quad\omega_1[(\mu_1-\mu_z)(\mu_1-\mu_z)^T]\end{aligned} \quad (8)$$

则采用矩阵 σ_B 的迹 $tr\sigma_B$ 作为目标和背景类间的距离测度函数:

$$\begin{aligned}tr\sigma_B(s,t)&=\omega_0[(\mu_{0i}-\mu_{zi})^2+(\mu_{0j}-\mu_{zj})^2]+\\&\quad\omega_1[(\mu_{1i}-\mu_{zi})^2+(\mu_{1j}-\mu_{zj})^2]\\&=\frac{[(\omega_0(s,t)\mu_{zi}-\mu_i(s,t))^2+(\omega_0(s,t)\mu_{zi}-\mu_j(s,t))^2]}{\omega_0(s,t)(1-\omega_0(s,t))}\end{aligned} \quad (9)$$

其中,$\omega_0(s,t)=\sum_{i=0}^{s}\sum_{j=0}^{t}p_{ij}$,$\mu_i(s,t)=\sum_{i=0}^{s}\sum_{j=0}^{t}ip_{ij}$,

$\mu_j(s,t)=\sum_{i=0}^{s}\sum_{j=0}^{t} j p_{ij}$。

显然，$tr\sigma_B(s,t)$只和 $\omega_0(s,t)$, $\mu_i(s,t)$, $\mu_j(s,t)$这 3个量有关。

二维最大类间方差图像分割法的阈值 (s_0,t_0)就取在 $tr\sigma_B(s,t)$为最大时，即：

$$tr\sigma_B(s_0,t_0)=Max\{tr\sigma_B(s,t)\} \quad 0\leqslant s,t<L \tag{10}$$

3.2 二维 Fisher准则函数的分割算法

定义 $N(i,j)$为归一化的二维直方图，将二维直方图分别在两个坐标上进行投影，分别表示为 $H(i)$和 $W(j)$，根据一维 Fisher准则函数中均值和方差的计算公式，推导出二维直方图 Fisher准则函数的均值和方差[7]。对应不同的分割点 (s,t)，将图像分割成 4个部分，C_0 和 C_1 两类 (目标和背景)对应的均值和方差分别为：

$$\mu_0=(\mu_0^i,\mu_0^j),\ \mu_1=(\mu_1^i,\mu_1^j) \tag{11}$$

$$\sigma_0^2=(\sigma_{0i}^2,\sigma_{0j}^2),\ \sigma_1^2=(\sigma_{1i}^2,\sigma_{1j}^2) \tag{12}$$

其中，

$$\mu_0^i=\frac{\sum_{i=0}^{s} iH(i)}{\sum_{i=0}^{s} H(i)};\ \mu_0^j=\frac{\sum_{j=0}^{t} jW(j)}{\sum_{j=0}^{t} W(j)}$$

$$\mu_1^i=\frac{\sum_{i=s+1}^{L-1} iH(i)}{\sum_{i=s+1}^{L-1} H(i)};\ \mu_1^j=\frac{\sum_{j=t+1}^{L-1} jW(j)}{\sum_{j=t+1}^{L-1} W(j)}$$

$$\sigma_{0i}^2=\sum_{i=0}^{s}(i-\mu_0^i)^2H(i);\ \sigma_{0j}^2=\sum_{j=0}^{t}(j-\mu_0^j)^2W(j);$$

$$\sigma_{1i}^2=\sum_{i=s+1}^{L-1}(i-\mu_1^i)^2H(i);\ \sigma_{1j}^2=\sum_{j=t+1}^{L-1}(j-\mu_1^j)^2W(j);$$

$$\left.\begin{aligned} H(i)&=\sum_{i=0}^{L-1}N(i,j)\\ W(j)&=\sum_{j=0}^{L-1}N(i,j)\end{aligned}\right\} \quad i,j=0,1,\cdots,L-1 \tag{13}$$

则二维 Fisher准则函数 $J_F(s,t)$为：

$$J_F(s,t)=\frac{([\mu_0^i,\mu_0^j]-[\mu_1^i,\mu_1^j])([\mu_0^i,\mu_0^j]-[\mu_1^i,\mu_1^j])^T}{\sigma_{0i}^2+\sigma_{0j}^2+\sigma_{1i}^2+\sigma_{1j}^2} \tag{14}$$

当 $J_F(s,t)$取最大值时所对应的 (s_0,t_0)为最佳分割阈值：

$$(s_0,t_0)=ArgMax[J_F(s,t)] \quad 0\leqslant s,t<L \tag{15}$$

4 改进的二维 Otsu自动分割算法

刘建庄等[8]提出的传统的二维 Otsu自适应阈值分割算法中没有考虑所取阈值点附近区域，是假设远离直方图对角线的目标和背景出现的概率忽略不计，从而假设对于图 2中区域 A和区域 B内的联合概率近似为零，由图 1三维立体描述可见，这是不确切的。如果在取阈值时将这些点全部忽略，势必会影响分割结果，而将所有的点都计算在内，计算量又很大[9]。为此，本文提出新的分割方法如下。

4.1 新的阈值分割方法

现对传统二维直方图中用于计算目标和背景均值所选择的区域进行改进，将阈值选择限制在如图 3所示的与对角线平行的两条直线之间，与传统的二维阈值分割相比，这种算法充分考虑了在对角线附近接近阈值矢量点的区域内的概率分布，同时考虑了传统二维阈值分割算法中包含的像素灰度和灰度邻域平均值相差较大的点。平行的两条直线方程分别为：

$$g(x,y)=f(x,y)+m \tag{16}$$

$$g(x,y)=f(x,y)-n \tag{17}$$

其中，n, m为 0到 $(L-1)$之间的整数。而以与对角线垂直且过阈值分割矢量点 (s,t)的直线作为目标和背景的分界线，该垂直线方程为：

$$g(x,y)=-f(x,y)+s+t \quad 0\leqslant s,t<L-1 \tag{18}$$

则 $g(x,y)\leqslant -f(x,y)+s+t$时属于 C_0，当 $g(x,y)>-f(x,y)+s+t$时属于 C_1，如图 3所示，直方图重新划分为 4个区域 C_0, C_1, D_0, D_1，其中区域 C_0, C_1 的点参与运算，而将其余部分忽略不计，现定义新的阈值分割输出函数为：

$$F(x,y)=\begin{cases} f(x,y), & f(x,y)+g(x,y)\leqslant s+t \text{ and } -m\leqslant f(x,y)-g(x,y)\leqslant n\\ 0, & f(x,y)+g(x,y)>s+t \text{ and } -m\leqslant f(x,y)-g(x,y)\leqslant n\end{cases} \tag{19}$$

新的阈值分割输出函数的分类准则只与 $(s+t)$有关，可以将 $(s+t)$整体做为一个阈值，从而将二维阈值转换成一维阈值，而且只有区域 C_0, C_1 的点参与运算，大大提高了处理速度。本算法还考虑到可能在某个灰度范围受到的噪声干扰不同，使对角线附近的点分布不同，所以，提出与对角线平行的两条直线截距的绝对值 m和 n可以不同，当 n和 m取适当值时，可以将所有概率不为零的点包括进来，更具普适性，效率也更高。

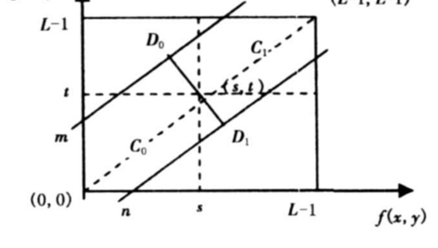


图 3 判决域划分图

4.2 快速运算方法

当运算的步进值 $I=1$时,每次循环 $L(m+n)-\frac{n^2+m^2}{2}$个点,由于判决标准取决于$(s+t)$,而非单独的 s、t,因此仅需要$(2L-1)$次循环,根据式(19)求出最佳阈值点的总累加次数 A为:

$$A=\left[L(m+n)-\frac{n^2+m^2}{2}\right]\times(2L-1) \tag{20}$$

在本算法中进一步将步进值推广为 $I>1$的整数,引入松弛变量 $I_s>1$, $I_t>1$,先快速得到最优阈值近似值(s_1, t_1),再在(s_1-I_s, t_1-I_t)到(s_1+I_s, t_1+I_t)的范围内将步进值设为 1,即可搜索到精确最优阈值点(s, t)。下面给出本算法最优阈值的搜索过程:

```
for( s=0; s<L-1; s=s+Is )
  for( t=0; t<L-1; t=t+It )
求出最优阈值近似值(s1, t1);
  for( s=s1-Is; s<s1+Is; s++ )
  for( t=t1-It; t<t1+It; t++ )
可求出精确的最优阈值(s, t)。
```

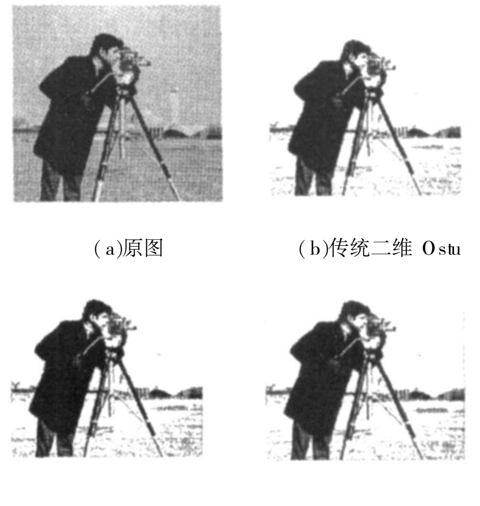
所以新的总累加次数 A'应为:

$$A'=\left[L(m+n)-\frac{n^2+m^2}{2}\right]\times\left(\frac{L}{I_s}+\frac{L}{I_t}-1\right)+\left[L(m+n)-\frac{n^2+m^2}{2}\right]\times[2(I_s+I_t)-1]$$
$$=\left[L(m+n)-\frac{n^2+m^2}{2}\right]\times\left[\left(\frac{L}{I_s}+\frac{L}{I_t}\right)+2(I_s+I_t-1)\right] \tag{21}$$

式中,I_s, I_t为大于 1的整数。当 $I_s=I_t=2$时,$A'=\left[L(m+n)-\frac{n^2+m^2}{2}\right]\times(L+6)$,取 $L=256$时,则 $A'\approx0.51A$, $I_s=I_t=3$时,则 $A'\approx0.35A$,可见式(21)求出的总累加次数 A'明显小于式(20)求出的总累加次数 A。

5 实验结果及分析

由式(10)、式(15)及式(19)得出的仿真结果如图 4所示。其中图 4(b)是传统二维 Ostu法分割效果,对大目标分割较好,能识别出一些小目标,但有误分割现象,将背景中的一些灰度变化部分也误认为是小目标识别出来;图 4(c)是本文改进的二维 Otsu法的分割效果,比传统的二维 Otsu法的抗噪声性能好;图 4(d)是二维 Fisher准则函数法的分割效果,基本没有误分割现象,也能很好的识别出小目标。因此,本文讨论的两种算法中,二维 Fisher准则函数法在去噪和识别小目标方面略好于二维 Otsu法,而本文改进的二维 Ostu法无论在分割效果上还是在运算速度上又明显优于传统的二维 Ostu法。



(a)原图　(b)传统二维 Ostu

(c)改进的二维 Ostu　(d)二维 Flsher

图 4 灰度图像的分割效果

6 结 论

本文分析和比较了基于像素灰度和像素邻域平均灰度的二维直方图的两种图像阈值化分割算法,进一步提出了一种改进的基于二维直方图的快速 Otsu分割算法,把二维阈值转换为一维阈值,并引入松弛变量,使得运算量大大降低。无论是从理论上分析,还是从实验结果来看,都表明该算法具有较强的抗噪性能,且大大提高了处理速度。

参考文献:

[1] Sahoo P K, Soltani S, Wong A K C, et al. A survey of thresholding techniques[J]. Computer Vision Graphics Image Processing, 1988, 41: 233-260.

[2] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Computer Vision Graphics Image Processing, 1985, 29: 273-285.

[3] 陈果,左洪福.图像分割的二维最大熵遗传算法[J].计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(6): 530-534.

[4] 景晓军,蔡安妮,孙景鳌.一种基于二维最大类间方差的图像分割算法[J].通信学报, 2001, 22(4): 71-76.

[5] 靳宏磊,朱蔚萍,李立源,等.二维灰度直方图的最佳分割方法[J].模式识别与人工智能, 1999, 12(3): 329-333.

[6] 梁光明,刘东华,李波,等.二维 Otsu自适应阈值分割算法的改进[J].计算机应用, 2002, 21(5): 43-47.

[7] 童莹,邱晓晖.基于 Fisher准则函数的二维阈值图像分割算法[J].电力系统通信, 2004, (9): 36-39.

[8] 刘建庄,栗文青.灰度图像的二维 Otsu自动阈值分割方法[J].自动化学报, 1993, 19(1): 101-105.

[9] 郝颖明,朱枫.二维 Ostu自适应阈值的快速算法[J].中国图像图形学报, 2005, 10(4): 484-488.