

中国大陆与台湾地区高考数学试题难度比较研究

——以2016—2018年大陆全国卷I与台湾指考试题为例

李保臻^{1,2}, 石焯²

(1. 西北师范大学 西北少数民族教育发展研究中心, 甘肃 兰州 730070; 2. 西北师范大学 教育学院, 甘肃 兰州 730070)

摘要:运用综合难度模型的相关理论,对中国大陆与台湾地区2016—2018年的高考数学试题从“认知、背景、运算、推理、知识含量、是否含参、思维方向、梯度”8个因素进行了比较分析.研究得出:大陆高考试题分别在“认知”因素的“记忆”“理解”“应用”水平,“运算”因素的“复杂符号运算”水平,“思维方向”因素的“顺向思维”水平,“梯度”因素的“问题互不干扰”水平等方面高于台湾指考试题,而在这4个因素各自对应的其它水平上,台湾指考试题高于大陆高考试题;在“背景”“推理”“知识含量”“是否含参”4个因素方面,两类试题对应的各因素水平之间无明显差异.

关键词:中国大陆;台湾地区;高考数学试题;难度比较

中图分类号:G424.74 **文献标识码:**A **文章编号:**1004-9894(2020)01-0058-07

引用格式:李保臻,石焯.中国大陆与台湾地区高考数学试题难度比较研究——以2016—2018年大陆全国卷I与台湾指考试题为例[J].数学教育学报,2020,29(1):58-64.

1 引言

高考是各国认可度较高的考试形式,是高校选拔新生的主要途径.自1977年恢复高考以来,中国大陆高考便伴随着国家经济、教育、文化等的发展而不断改革与创新,这其中不仅有考试理念、技术、机制等方面的改进,也有试题本身在类型、数量、难易程度等方面的完善.尤其自21世纪中国大陆实施基础教育新课改以来,高考数学试题凸现出测评选拔、科研选题、命题示范、知识延展、数学思维训练、数学思想渗透、教学导向、德育渗透等功能^[1].与大陆的高考相比较,台湾地区从1994年开始实施“学科能力测验”(general scholastic ability test)和“指定科目考试”(department required test)两阶段入学考试,分别简称为“学测”和“指考”.其中“学测”是对考生高中阶段教育效果的评价、学业水平的认定和是否具备进入大学接受教育的基本学科能力的考查,而“指考”则紧贴高中教学实际,强调知识的延展,二者具有较高的信度、效度、必要的区分度和适当的难度,保证了考试评价的公平性^[2-3].近年来,台湾学测与指考数学试题呈现出单选与多选并存、现代数学背景突出、能力立意明确、与其它学科知识相互渗透、有机融入文化元素等特色^[4],有效地促进了学生数学素养的发展.

试题难度是衡量试题质量的重要指标,近年来,试题难度不仅是教育理论工作者及广大一线教师关心的热点问题,也是包括教育考试院等教育行政部门所关注的重要问题.关于数学题综合难度的比较研究,源于Nohara(2001)提交给美国国家教育统计中心的一份工作报告,该报告中首次提出了总体难度(overall difficulty)的概念,其中涉及了“拓展性问题”“实际背景”“运算”“推理”4个难度因素.在此基础上,鲍建生(2002)提出了包含“探究”“背景”“运

算”“推理”“知识含量”5个难度因素的综合难度模型,用来刻画数学题的难度水平和综合特征,进而从整体上评估数学课程、教材或试卷的难度水平^[5].鲍建生提出的综合难度模型开启了中国大陆学者及研究生进行不同题材内容比较研究的热潮.如王建磐、鲍建生(2014)从“背景”“认知”“运算”“推理”“知识综合”5个难度因素对中国、美国、法国、俄罗斯、澳大利亚6套高中数学教材的例题难度特征进行了比较^[6].濮安山、徐慧敏(2016)对中国与澳大利亚高中数学教材中平面向量例题作了难度比较分析^[7].汪飞飞(2017)等人对中国大陆与台湾地区高中数学教材中指数和对数函数例题作了难度比较分析^[8].

由此可见,一方面,中国大陆与台湾地区同宗同源、同文同语,拥有共同的文化传统,两者高考数学试卷在反映学生数学知识的理解、数学思维的训练、数学思想方法的感悟、数学核心素养的培育等方面呈现出相同或相近的发展趋势;另一方面,两者高考数学试题在难度水平方面又各具特色.鉴于高考这种标准化考试的试题难度涉及到的因素是多样的,故该研究在借鉴鲍建生综合难度模型的理论下,结合武小鹏等人的改进模型,对中国大陆与台湾地区2016—2018年来的高考数学试题难度进行比较分析,发掘两者高考试题的特色及优势,进而对中国大陆的高考数学试题在命题等方面提供一定的参考.

2 研究对象及研究工具

2.1 研究对象

中国大陆“普通高等学校招生全国统一考试”与台湾地区“指定科目考试”功能类似,其数学学科与文科试卷分别对应台湾地区的数学甲与数学乙,因此,选取2016年、2017年、2018年大陆“高考理科数学全国I卷”(以下简称大陆高

收稿日期:2019-10-19

基金项目:2018年度教育部人文社会科学研究规划基金项目——西北民族地区农村中小学教师专业成长支持体系研究(18YJA880039);2017年度甘肃省“十三五”教育科学规划课题——西部农村地区中小学教师在职学习状况调查研究(GS[2017]GHBZ042);2013年西北师范大学青年教师科研能力提升计划骨干项目——多元文化背景下民族地区中小学数学教师专业发展的现状及对策研究(SKQNGG13007)

作者简介:李保臻(1972—),男,甘肃庄浪人,教授,博士,硕士生导师,主要从事数学课程与教学论、教师教育研究.

考)与台湾地区“指定科目考试数学甲”(以下简称台湾指 考)试题作为研究对象,其试题数量与类型详见表 1.

表 1 中国大陆与台湾地区数学试题取样结果

样本		单选	多选	填空	解答题	题数
大陆高考	2016 年高考理科数学全国 I 卷试题	12	0	4	8	24
	2017 年高考理科数学全国 I 卷试题	12	0	4	7	23
	2018 年高考理科数学全国 I 卷试题	12	0	4	7	23
台湾指考	2016 年台湾指考数学甲试题	4	3	4	2	13
	2017 年台湾指考数学甲试题	4	3	4	2	13
	2018 年台湾指考数学甲试题	3	5	3	2	13

从表 1 可以看出,大陆高考与台湾指考数学试题在数量与类型上存在着明显的差异,大陆高考数学试题数量明显高于台湾指考,并且,台湾指考试题中包含多选题,但问题的数量与类型只能看到表面现象,想要了解问题质量需要借助科学的工具对中国大陆与台湾地区数学试题进行更深层次的比较.

2.2 研究工具

研究工具主要参照了鲍建生的综合难度模型及武小鹏等人设计的改进模型^[9],并对各个难度水平进行了重新划分,使其更加适合高考这样的标准化考试试题之特点.

在“认知”因素方面,鲍建生划分为“识记”“理解”“探究”3 个水平,而安德森提出认知过程分为 6 个维度:“记忆”“理解”“应用”“分析”“评价”“创造”^[10],由于数学题并未涉及“评价”与“创造”两个水平,所以选取其中的“记忆”“理解”“应用”“分析”4 个水平.在“背景”因素方面,鲍建生划分为“无背景”“个人生活背景”“公共常识背景”“科学情境”4 个水平,由于“个人生活背景”与“公共常识背景”都与生活生产联系比较紧密,所以将这两者整合为“生活和生产背景”,即选取“无实际背景”“生活和生

产背景”“科学情境”3 个水平.在“运算”因素方面,鲍建生提出了“无运算”“数值计算”“简单符号运算”“复杂符号运算”4 个水平,由于数学题均涉及运算,并且有数值和符号等不同的运算形式,所以将其分为“简单数值运算”“复杂数值运算”“简单符号运算”“复杂符号运算”4 个水平.在“推理”因素和“知识含量”因素方面完全采用鲍建生的划分,即“推理”因素分为“简单推理”与“复杂推理”两个水平,“知识含量”因素分为“单个知识点”“两个知识点”“3 个知识点”“4 个及 4 个以上知识点”4 个水平.在“是否含参”因素与“思维方向”因素方面完全采用武小鹏等人的划分,即“是否含参”因素分为“无参数”与“有参数”两个水平,“思维方向”因素分为“顺向思维”与“逆向思维”两个水平.由于一道数学解答题涉及多个小问题,而不同的小问题之间有的单独成立,有的互相关联,呈现出层层递进的梯度形式,所以针对解答题,增加了“梯度”因素,即“梯度”因素分为“问题互不干扰”与“问题间有联系”两个水平.每一个难度因素的不同水平由低到高进行相应的赋值,各难度因素内涵及赋值详见表 2.

表 2 基于高考试题的综合难度模型结构与内涵

难度因素	水平	说明	赋值
认知	记忆	对数学概念、公式、法则、性质的记忆,具有机械、缺少联系的特点	1
	理解	对已学数学理论、方法和过程的领会,建立不同知识点之间的联系	2
	应用	对已学数学理论、方法和过程的掌握与运用,与程序性知识密切相关	3
	分析	根据已学数学知识,需进行深入分析,并综合运用题目各个条件解决问题,适当情况下需创建模型解决问题	4
背景	无实际背景	以纯数学知识为条件	1
	生活和生产背景	以生活和生产中的事实为背景	2
	科学情境	以科学情境为背景	3
运算	简单数值运算	只需进行加、减、乘、除、乘方、开方等运算	1
	复杂数值运算	涉及指数、对数等运算	2
	简单符号运算	涉及三角值、向量、二项式、简单概率等运算	3
	复杂符号运算	涉及复杂关系的证明、复杂轨迹的方程等运算	4
推理	简单推理	推理步数较少(一般 3 步及 3 步以内)	1
	复杂推理	推理步数较多(一般多于 3 步)	2
知识含量	单个知识点	涉及一个知识点	1
	两个知识点	涉及两个知识点	2
	3 个知识点	涉及 3 个知识点	3
	4 个及 4 个以上知识点	涉及 4 个及 4 个以上知识点	4
是否含参	无参数	试题中没有相关参数变量	1
	有参数	试题中含有未知参数运算	2
思维方向	顺向思维	能按照现有的知识安排顺序,顺向直接解决问题	1
	逆向思维	能逆用现有的知识安排顺序,逆向间接解决问题	2
梯度	问题互不干扰	解答题各小问题独立,互不干扰	1
	问题间有联系	解答题各小问题之间有关联,按一定梯度排列	2

依据表 2 的综合难度模型框架,在计算各因素的加权平均值时采用鲍建生在模型中给出的难度系数 d_i 公式,即:

$$d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij}}{n} \quad (i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; j=1, 2, \dots),$$

其中, d_i ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$) 依次表示“认知”“背景”“运算”“推理”“知识含量”“是否含参”“思维方向”“梯度”8个难度因素的加权平均值, d_{ij} 为第 i 个难度因素的第 j 个水平的权重, n_{ij} 则表示这组题目中属于第 i 个难度因素的第 j 个水平的题目个数, 其总和等于该组题目的总和 n .

设 k_i 为各因素在整个试题中所占的权重均值, 采用武小鹏等人依据绝大多数专家及一线教师倾向性评分的方式, 得到“认知”“背景”“运算”“推理”“知识含量”“是否含参”“思维方向”“梯度”8个因素对应的权重均值分别为 $k_1=1.35$, $k_2=1.00$, $k_3=1.19$, $k_4=1.53$, $k_5=0.91$, $k_6=1.21$, $k_7=1.17$, $k_8=1.12$.

这样可以得出整套试题总的综合难度系数模型 D 即:

$$D = \sum_{i=1}^8 d_i k_i = \frac{\sum_{i=1}^8 (\sum_j n_{ij} d_{ij}) k_i}{n} \quad (\sum_j n_{ij} = n, i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8).$$

2.3 数据处理与整理

按照表 2 不同因素的界定, 将大陆高考与台湾指考各 3 套数学试题进行分类编码, 如例 1、例 2, 可编码如下.

例 1 (大陆高考数学试题举例)

设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 $(-2, 0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M 、 N 两点, 则 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} = (\quad)$

此题属于无实际背景(以数学几何知识为条件), 有参数(含有未知参数变量 x), 简单符号运算(平面向量数量积运算), 简单推理(推理只需 3 步, 第一步, 根据一定点坐标与直线斜率推出直线方程; 第二步, 根据直线方程与椭圆方程推出 M 、 N 两点坐标; 第三步, 根据点 M 、 N 、 F 的坐标得出 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN}$ 的结果), 两个知识点(直线与抛物线的位置关系; 平面向量的数量积运算), 顺向思维(按照已知

条件, 顺向直接解题), 应用水平(利用平面向量数量积的坐标公式求出平面向量的数量积)的试题.

例 2 (台湾指考数学试题举例)

某零售商店贩卖「熊大」与「皮卡丘」两种玩偶, 其进货来源有 A、B、C 三家厂商. 已知此零售商店从每家厂商进货的玩偶总数相同, 且 3 家厂商制作的每一种玩偶外观也一样, 而从 A、B、C 这 3 家厂商进货的玩偶中, 「皮卡丘」所占的比例分别为 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{2}$. 阿德从这家零售商店随机挑选一只「皮卡丘」送给小安作为生日礼物, 试问此「皮卡丘」出自 C 厂商的机率为何?

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{10}{23}$ (4) $\frac{10}{19}$ (5) $\frac{5}{9}$

此题属于生活生产背景(以生活中的事实为背景), 无参数(不含有相关参数变量), 简单符号运算(简单概率运算), 简单推理(推理只需一步, 即根据已知条件便可直接推出所求概率), 单个知识点(简单概率问题), 顺向思维(按照已知条件, 顺向直接解题), 应用水平(对已学基本概念的掌握与应用)的试题.

台湾指考数学试题中单选题、填空题每题 6 分, 多选题每题的选项独立判定, 所有选项均答对, 得 8 分, 答错 1 个选项, 得 4.8 分, 答错 2 个选项, 得 1.6 分, 答错多于 2 个选项或所有选项均未作答, 得 0 分, 解答题每题 12 分. 大陆高考数学试题选择题、填空题每题 5 分, 解答题为 10 或 12 分, 题目分值相差较小. 因此, 按照表 2 中试题编码内涵的界定, 对 2016—2018 年间中国大陆 3 套试题共 70 个题目与中国台湾地区 3 套试题共 39 个题目进行编码, 最终形成原始编码数据, 再通过统计得到表 3.

表 3 中国大陆与台湾地区高考数学试题综合统计

难度因素	水平	大陆高考		台湾指考		加权平均值	
		题量	百分比 (%)	题量	百分比 (%)	大陆高考	台湾指考
认知	记忆	5	7.14	0	0	3.39	3.13
	理解	22	31.43	10	25.64		
	应用	28	40.00	14	35.90		
背景	分析	15	21.43	15	38.46	1.17	1.13
	无实际背景	60	85.71	34	87.18		
	生活和生产背景	8	11.43	5	12.82		
	科学情境	2	2.86	0	0		
运算	简单数值运算	10	14.29	11	28.20	2.93	2.36
	复杂数值运算	9	12.86	8	20.52		
	简单符号运算	27	38.57	15	38.46		
	复杂符号运算	24	34.28	5	12.82		
推理	简单推理	36	51.43	21	53.85	1.49	1.46
	复杂推理	34	48.57	18	46.15		
知识含量	单个知识点	29	41.43	15	38.46	1.74	1.82
	两个知识点	33	47.15	18	46.15		
	3 个知识点	5	7.14	4	10.26		
	4 个及 4 个以上知识点	3	4.28	2	5.13		
是否含参	无参数	13	18.57	10	25.64	1.81	1.74
	有参数	57	81.43	29	74.36		
思维方向	顺向思维	41	58.57	8	20.51	1.41	1.79
	逆向思维	29	41.43	31	79.49		
梯度	问题互不干扰	10	45.45	2	33.33	1.55	1.67
	问题间有联系	12	54.55	4	66.67		

3 研究结果与分析

根据表 3 的统计结果，以下对大陆高考与台湾指考数学试题在“认知”“背景”“运算”“推理”“知识含量”“是否含参”“思维方向”“梯度”8 个因素进行了比较分析，其中图 1—图 8 的横轴方向表示每个因素的不同水平，纵轴方向表示每个因素不同水平的占比，最后的雷达图 9 是对两类试题各因素之间综合难度系数所作的比较。

3.1 认知因素

认知因素的统计结果如图 1 所示。

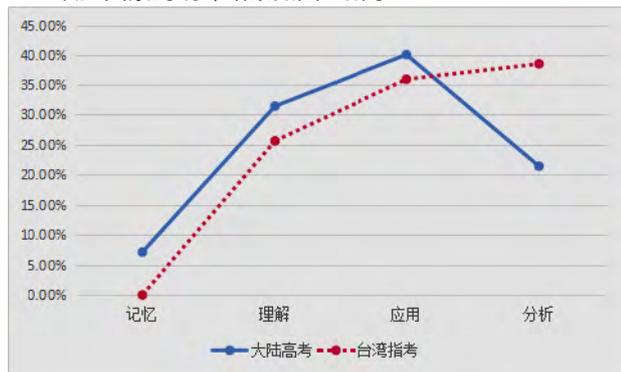


图 1 认知因素不同水平变化折线对比

图 1 表明，大陆高考试题在考查认知因素的“记忆”“理解”“应用”水平方面高于台湾指考试题，而台湾指考试题考查“分析”的水平高于大陆高考试题，高出 17% 左右，且台湾指考试题没有考查“记忆”的水平。

3.2 背景因素

背景因素的统计结果如图 2 所示。

依据图 2 可以发现，大陆高考与台湾指考数学试题在“背景”因素上表现出一致性，几乎没有差异，都有较高比例的“无实际背景”题目，即大都以纯数学知识为条件进行考查，“生活生产背景”的题目所占比例不到 15%，“科学情境”的题目所占比例不到 5%，台湾指考甚至没有“科学情境”的题目。

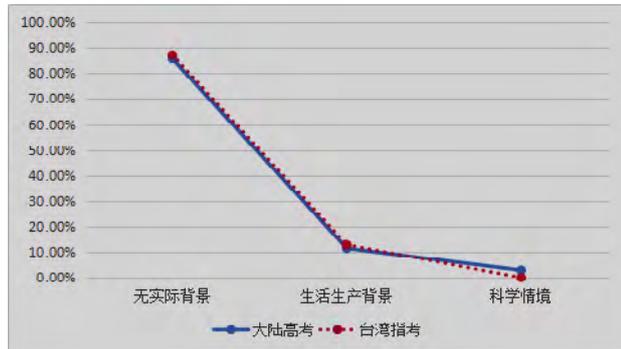


图 2 背景因素不同水平变化折线对比

3.3 运算因素

运算因素的统计结果如图 3 所示。

从图 3 可以看出，大陆高考试题中体现“简单数值运算”与“复杂数值运算”水平的题目所占比例均低于台湾指考试题，而体现“复杂符号运算”水平的题目所占比例却比台湾指考试题高很多，高出 21% 左右。另外，大陆高考与台湾指

考试题在“简单符号运算”水平上都占有较高比例的题目，这一水平的题目占到整个试题的 37% 以上。

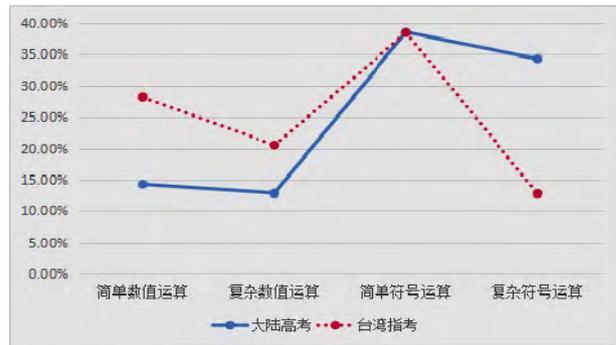


图 3 运算因素不同水平变化折线对比

3.4 推理因素

推理因素的统计结果如图 4 所示。

依据图 4 可以看出，大陆高考与台湾指考试题在“推理”因素上差异较小，大陆高考试题中“简单推理”水平的题目所占比例略低于台湾指考试题，而台湾指考试题中“复杂推理”水平的题目所占比例略低于大陆高考试题。

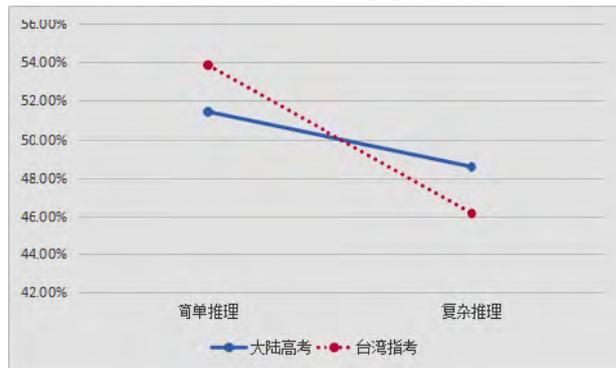


图 4 推理因素不同水平变化折线对比

3.5 知识含量因素

知识含量因素的统计结果如图 5 所示。

据图 5 显示，大陆高考与台湾指考试题中有 58% 以上的题目考查两个及两个以上知识点，这也说明了中国大陆与台湾地区试题都有相当程度的综合性。相比较而言，大陆高考试题中“两个知识点”水平的题目所占比例较大，而台湾指考试题中“3 个及 3 个以上知识点”水平的题目所占比例略高于大陆高考试题。

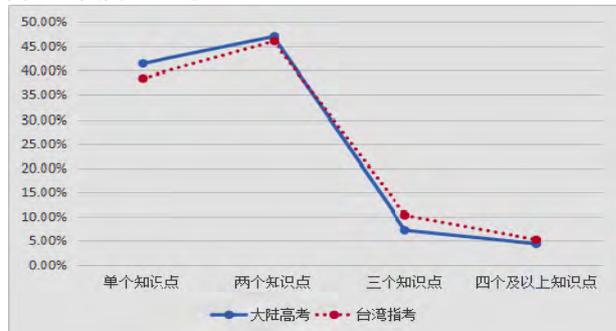


图 5 知识含量因素不同水平变化折线对比

3.6 是否含参因素

是否含参因素的统计结果如图 6 所示。

从图 6 可以看出,大陆高考试题中“有参数”水平的题目所占比例略高于台湾指考试题,而台湾指考试题中“无参数”水平的题目所占比例略高于大陆高考试题.总之,在“是否含参”这一因素方面,大陆高考和台湾指考试题表现出较小的差异性.

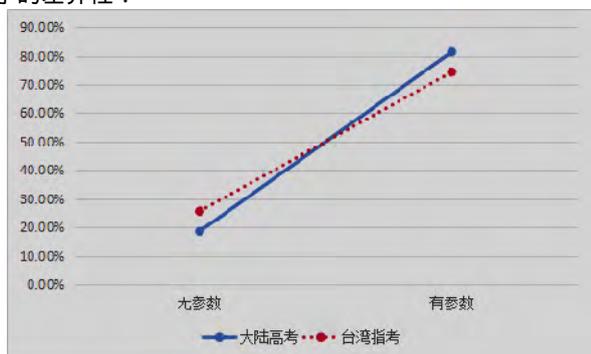


图 6 是否含参因素不同水平变化折线对比

3.7 思维方向因素

思维方向因素的统计结果如图 7 所示.

如图 7,大陆高考与台湾指考试题在“思维方向”因素方面差异较大,大陆高考试题考查“顺向思维”水平的题目所占比例要高于台湾指考试题,而台湾指考试题考查“逆向思维”水平的题目所占比例要高于大陆高考试题,高出 38% 左右.

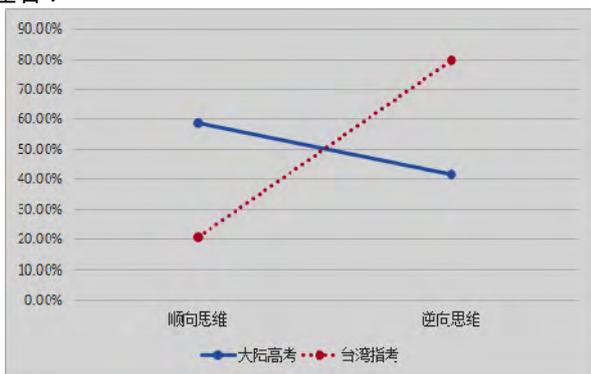


图 7 思维方向因素不同水平变化折线对比

3.8 梯度因素

梯度因素的统计结果如图 8 所示.

图 8 表明,大陆高考与台湾指考试题中的解答题在“梯度”因素方面存在较为明显的差异,大陆高考试题中体现“问题互不干扰”水平的题目所占比例高于台湾指考试题,而台湾指考试题体现“问题间有联系”水平的题目所占比例高于大陆高考试题,高出 12% 左右.

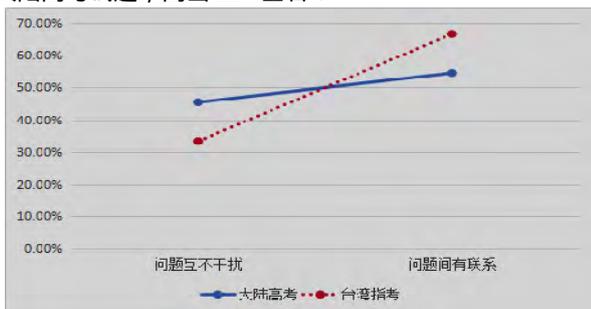


图 8 梯度因素不同水平变化折线对比

3.9 综合难度

根据大陆高考与台湾指考试题各难度因素的加权平均值得出大陆高考与台湾指考数学试题综合难度雷达图,如图 9 所示.

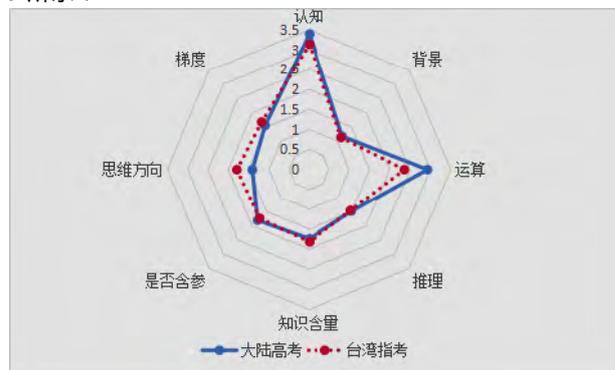


图 9 中国大陆高考与台湾指考数学试题不同因素综合难度系数雷达图

从上述雷达图可以发现:(1)在“认知”与“运算”因素方面,中国大陆高考数学试题的难度明显高于台湾指考试题,在“背景”“推理”“是否含参”3个因素方面,大陆高考数学试题的难度略高于台湾指考试题;而在“思维方向”与“梯度”方面,台湾指考数学试题的难度明显高于大陆高考试题,在“知识含量”方面,台湾指考数学试题难度略高于大陆高考试题.(2)大陆高考与台湾指考数学试题的8个因素中,“背景”与“推理”难度系数相比其它6个因素要小很多,而“认知”与“运算”难度系数相比其它6个因素要大很多,说明大陆高考与台湾指考数学试题都特别注重认知与数学运算方面的考查.(3)大陆高考与台湾指考数学试题在“认知”“运算”“思维方向”“梯度”4个因素的综合难度系数差距均在0.1以上,而“背景”与“推理”因素方面表现出了一致性,几乎没有差异.(4)通过对大陆高考试题及台湾指考试题8个因素难度系数值的观察及估算,发现大陆高考数学试题各因素难度系数极差约为2.22,台湾指考数学试题各因素难度系数极差约为2,说明中国大陆与台湾地区数学试题都没有保持8个因素的平衡性,特别是大陆高考数学试题的综合难度雷达图倾斜程度要高于台湾指考试题.

这样就可以依据各难度因素对应的权重均值 k_i (这里“认知”“背景”“运算”“推理”“知识含量”“是否含参”“思维方向”“梯度”8个因素对应的权重均值分别为 $k_1=1.35$, $k_2=1.00$, $k_3=1.19$, $k_4=1.53$, $k_5=0.91$, $k_6=1.21$, $k_7=1.17$, $k_8=1.12$),以及加权平均值 d_i (大陆高考试题8个因素难度的加权平均值依次为 $d_1=3.39$, $d_2=1.17$, $d_3=2.93$, $d_4=1.49$, $d_5=1.74$, $d_6=1.81$, $d_7=1.41$, $d_8=1.55$;台湾指考试题8个因素难度的加权平均值依次为 $d_1=3.13$, $d_2=1.13$, $d_3=2.36$, $d_4=1.46$, $d_5=1.82$, $d_6=1.74$, $d_7=1.79$, $d_8=1.67$)来计算比较大陆高考与台湾指考试题的综合难度 D .利用公式

$$D = \sum_{i=1}^8 d_i k_i = \frac{\sum_{i=1}^8 (\sum_j n_{ij} d_{ij}) k_i}{n}$$

合难度 $D_{大陆}=2.33$, 而台湾指考试题的综合难度 $D_{台湾}=2.27$, $D_{大陆}>D_{台湾}$, 即大陆高考数学试题综合难度大于台湾指考数学试题综合难度, 且总体高出 0.06. 可见, 依据综合难度模型理论, 有理由说明大陆高考数学试题难度更大. 但由于试题难度因素除了以上列举的 8 种外, 还可能有什么影响因素, 比如在选择题中, 台湾指考试题含有多选题, 且单选题为 5 选 1, 而大陆高考试题只有 4 选 1 的单选题, 这一因素带来的难度未能考虑在内, 因此这里的数据仅在综合难度模型这一理论下成立.

4 研究结论与启示

4.1 研究结论

(1) 在“认知”因素方面, 大陆高考试题考查“记忆”“理解”“应用”的水平高于台湾指考试题, 而台湾指考试题考查“分析”的水平高于大陆高考试题, 且台湾指考试题没有考查“记忆”的水平. 这说明台湾指考试题更注重学生数学问题解决过程中分析能力的考查, 也体现了台湾《十二年基本教育课程纲要中小学暨普通型高级中等学校(数学领域)》对于数学学习的目标要求:“具备数学模型的基本工具, 以数学模型解决典型的现实问题; 具备转化现实问题为数学问题的能力, 并探索、拟定与执行解决问题计划, 以及从多元、弹性与创新的角度解决数学问题, 并能将问题解答转化运用于现实生活.”

(2) 在“运算”因素方面, 大陆高考与台湾指考数学试题中考查“简单符号运算”水平的题目所占比例最高, 除此之外, 大陆高考试题考查“复杂符号运算”水平的题目所占比例比台湾指考试题高很多, 而台湾指考试题考查“简单数值运算”与“复杂数值运算”水平的题目所占比例均高于大陆高考试题. 可见, 两类试题都在注重“简单符号运算”水平考查的同时, 大陆高考试题更加强调高水平运算的考查, 而台湾指考试题更加注重水平适中运算的考查.

(3) 在“思维方向”因素方面, 大陆高考试题考查“顺向思维”水平的试题所占比例要高于台湾指考试题, 而台湾指考试题考查“逆向思维”水平的试题所占比例要高于大陆高考试题, 这说明台湾指考要求考生具备更强的逆向思维能力.

(4) 在“梯度”因素方面, 大陆高考试题中体现“问题互不干扰”水平的题目所占比例高于台湾指考试题, 而台湾指考试题体现“问题间有联系”水平的题目所占比例高于大陆高考试题, 这说明台湾指考试题更重视关联性问题的考查.

(5) 在“背景”“推理”“知识含量”“是否含参”4 个因素方面, 大陆高考与台湾指考试题在各因素对应水平的变化趋势上无明显差异. 其中, 在“背景”因素方面, 大陆高考与台湾指考试题都以“无实际背景”水平的题目为主, 而体现“生活和生产背景”及“科学情境”水平的题目所占比例很小; 在“推理”因素方面, 大陆高考与台湾指考试题均以“简单推理”水平的题目为主, 而体现“复杂推理”水平的题目所占比例较小; 在“知识含量”因素方面, 大陆高考与台湾指考试题都注重 3 个以内知识点的考查; 在“是否含

参”因素方面, 大陆高考与台湾指考试题都以“有参数”水平的题目为主, 而体现“无参数”水平的题目所占比例较小.

4.2 启示

基于上述对大陆高考及台湾指考 2016—2018 年试题综合难度的比较分析, 结合中国大陆高中课程改革的最新趋势, 可得到中国大陆高考数学试题在命题导向等方面的几点启示.

(1) 在命题导向方面, 高考数学试题应注重有利于学生学科核心素养培育的多元问题情境分析与解决等能力的考查.

问题情境不仅能够引导学生经历数学知识的形成过程, 而且有助于学生将数学知识运用于现实以解决诸多问题. 在高考数学试题中, 选择合适的问题情境对考查学生的数学核心素养具有重要作用, 如通过设置数学情境、生活生产情境、科学情境等不同的问题情境, 不仅能使更深入地理解“数学源于生活, 高于生活, 最终服务于生活”的价值内涵, 突出数学的应用性理念, 培养学生的应用意识, 而且在这些多元问题情境的分析与解决过程中, 需要抽象、推理、建模、想象、运算、数据处理等核心数学能力的参与, 为学生数学学科核心素养等级的评定提供了有效参照. 然而, 在背景因素方面, 大陆高考试题主要以“无背景”水平测试题的考查为主, 但对体现数学应用价值的有生活生产情境、科学情境类题目的考查不够, 且大陆高考试题在“认知”因素方面的“分析”水平明显低于台湾指考试题, 这些均不利于学生数学应用意识及问题解决能力等素养的培养. 鉴于此, 大陆高考数学试题在命题导向上应适当增加数学融入生活生产背景及科学情境类的题目, 注重有利于学生数学核心素养培育的多元问题情境分析及解决等能力的考查.

(2) 在数学运算方面, 高考数学试题要注重多水平运算的考查.

数学运算是指学生在全面分析运算对象的基础上, 依据算理及运算法则解决特定数学问题的认知活动, 体现着运算主体综合的数学素养. 数学运算依不同的标准有不同的分类, 若按照运算对象的复杂程度, 数学运算由高到低可分为“复杂符号运算”“简单符号运算”“复杂数值运算”“简单数值运算”等多种层级水平. 多水平运算训练往往对学生精准数学运算能力的提升、良好数学思维品质的形成、多维度数学抽象的认识、辩证数学发展观念的养成等具有重要意义. 而在数学运算方面, 台湾指考试题更注重水平适中运算的考查, 避免了过分追求“复杂符号运算”等高水平运算的考查. 诚然, 复杂符号运算可以使学生综合运用所学知识推理数学中的复杂关系, 有助于学生抽象思维及逻辑推理能力等的培养, 但同时, 过分追求高水平运算而忽视整个运算水平的平衡性, 会出现四基异化现象, 使学生的数学运算热情减退. 正如《普通高中数学课程标准(2017年版)》中提出的“应注重数学本质、通性通法, 淡化解题技巧.”^[11]因此, 为了循序渐进地培养学生的数学运算能力, 大陆高考数学试题可考虑适当降低复杂符号运算的水平, 注重算理的考查以及多水平运算的平衡性.

(3) 在思维训练方面, 高考数学试题应更加注重逆向思

维的考查。

数学思维就是数学地思考问题和解决问题的思维活动形式,分为正向思维与逆向思维。所谓逆向思维,就是与常规正向思维方向相反的思维过程,常表现为执果索因的推理顺序。学生在平时解题过程中若经常做一些逆向思维训练,对完善学生的认知结构、提高其解决问题的能力等具有独特的教育价值,这也是高中生应具备的思维能力^[12]。正如《普通高中数学课程标准(2017年版)》在对高中学业质量水平的描述中所指出的,学生在做数学题时,要能够通过举反例说明某些数学结论不成立^[11]。这在一定程度上反映了逆向思维的重要性,然而,与台湾指考试题相比较,大陆高考试题对学生逆向思维的考查要求较低,这不利于学生逆向思维能力的培养。因此,大陆高考数学试题在命题时,可适当增加一些逆向思维的题目,如在试题中适当渗透公式逆用、补集求解、常量与变量换位、找反例、反证法等思想与方法,有助于培养学生逆向考虑问题的意识与习惯,从而提高数学思维的灵活性、广阔性、敏捷性、深刻性、独创性及批判性等品质。

(4)在综合难度方面,高考数学试题应考虑各难度因素影响平衡性。

研究表明,大陆高考与台湾指考数学试题都没有保持8个因素的平衡性,“背景”因素与“推理”因素的难度值比其它6个因素要小很多,“认知”因素与“运算”因素的难度值比其它6个因素要大很多。当然,编制一套高考数学试题时既能保持各因素难度的合理平衡又能科学检测出学生的真实水平是高考最大的价值追求,但实际的高考试题在命题过程中由于考虑各因素所处的地位及所起的作用而未必能做到十全十美。因此,大陆高考试题的编制在设定各因素的平衡性时,应秉持高中数学课改的目标要求、学生数学学科核心素养的培养、高中数学教育教学的健康发展、高等学校对人才的选拔与现代社会对合格公民的综合能力要求等理念,深入教学一线,深度访谈教师、学生、家长、专家等不同层次对象对高考试题的需求,从每个难度因素的科学性、全面性、適切性与关联性等方面综合考虑试题难度因素的平衡性。

[参 考 文 献]

- [1] 余小芬,刘成龙. 高考数学试题功能的分析[J]. 内江师范学院学报, 2018, 33(10): 17-22.
- [2] 边新灿. 由考试到评价,由单要素到多要素——日韩和我国台湾地区高校招生评价体系演进逻辑研究[J]. 全球教育展望, 2017, 46(7): 21-30.
- [3] 朱利花. 我国大陆与台湾近十年高考数学的比较研究[D]. 开封: 河南大学, 2015: 31-32.
- [4] 郝保国. 台湾地区高考数学试题特色赏析[J]. 中学数学杂志, 2016(11): 47-50.
- [5] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002, 31(9): 48-52.
- [6] 王建磐, 鲍建生. 高中数学教材中例题的综合难度的国际比较[J]. 全球教育展望, 2014, 43(8): 101-110.
- [7] 濮安山, 徐慧敏. PEP(A)版与IBID版数学教材中平面向量例题难度的比较[J]. 数学教育学报, 2016, 25(3): 10-13.
- [8] 汪飞飞, 杨静. 大陆与台湾高中数学教材例题难度比较——以“指数和对数函数”为例[J]. 课程教学研究, 2017(4): 38-43, 47.
- [9] 武小鹏, 张怡. 中国和韩国高考数学试题综合难度比较研究[J]. 数学教育学报, 2018, 27(3): 19-24, 29.
- [10] 吕世虎, 贾随军, 温建红, 等. 中学数学课程标准与教材研究[M]. 北京: 高等教育出版社, 2015: 60.
- [11] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018: 76, 88.
- [12] 朱华伟, 郑焕. 《中小学生数学能力心理学》中蕴含的解题思想[J]. 数学教育学报, 2010, 19(2): 11-14.

Comparative Study on the Difficulty of Mathematics Test in the College Entrance Examination between Chinese Mainland and Taiwan

——Take the 2016 to 2018 Mainland National Examination Paper I and Taiwan Department Required Test Paper as a Case

LI Bao-zhen^{1,2}, SHI Ye²

(1. Research Center for Educational Development of Ethnic Minorities, Northwest Normal University, Gansu Lanzhou 730070, China;

2. College of Education, Northwest Normal University, Gansu Lanzhou 730070, China)

Abstract: Using the theory of comprehensive difficulty model, this paper made a comparative analysis of the mathematics test questions of the college entrance examination in Mainland China and Taiwan in recent three years from eight factors including “cognition, background, operation, reasoning, knowledge content, whether to include reference, thinking direction and gradient”. Study concluded that the Mainland Test respectively in the “cognition” of “memory”, “understanding”, “application” levels, “operation” of “complex symbolic operation” level, “thinking direction” of “forward thinking”, “gradient” of “noninterference” levels is higher than Taiwan Department Required Test, on the other levels corresponding to the four factors, Taiwan Department Required Test was higher than the Mainland Test; there was no significant difference in the four factors of “background”, “reasoning”, “knowledge content” and “whether to include reference”.

Key words: Chinese mainland; the Taiwan region; mathematics test in the college entrance examination; comparative study of difficulty

[责任编辑:周学智、陈汉君]