

# 中国太极图理论的数学模型及应用( II )

陈克恭, 马如云

(西北师范大学, 甘肃 兰州 730070)

**摘要:** 借助陈-马的数学模型, 通过简单的比例关系, 将陈-马给出的方形阴阳图变换成与经典太极阴阳图类似的圆形阴阳图. 通过数值计算给出了精准的二十四节气曲线和二十四节气阴阳值列表.

**关键词:** 太极图; 数学模型; 相对偏离量; 阴阳值; 二十四节气

中图分类号: O 112

文献标志码: A

文章编号: 1001-988X(2015)06-0001-05

## Mathematical model on Chinese Yin-and-Yang double-fish diagram and its application( II )

CHEN Ke-gong, MA Ru-yun

(Northwest Normal University, Lanzhou 730070, Gansu, China)

**Abstract:** In this paper the square diagram of Chen-Ma's Yin-Yang double-fish is transformed into the circular diagram of Yin-Yang double-fish via a simple proportional relationship. Meanwhile, the precision curve of the 24 solar terms is plotted, and a list of Yin-Yang values to the 24 solar terms is given via a numerical computation.

**Key words:** Yin-and-Yang double-fish diagram; mathematical model; relative deviation; Yin-Yang values; 24 solar terms

### 0 引言

老子曰:“人法地,地法天,天法道,道法自然.”陈克恭在《“转型”张掖——生态经济之路》<sup>[1]</sup>及《关于生态文明的实践感悟与哲学思考》的讲座中,运用中国古代的阴阳平衡理论,阐释张掖绿洲中沙与水的辩证关系.张掖荒漠化地区是绿洲与荒漠以水为要素平衡而存在的,“水”和“沙”相互博弈、相互依存,有水即为绿洲,无水则成沙漠.现在自然会问:怎样在数学上找到依据,以便利用太极阴阳图(图 1)来准确地刻画沙水相互依存和相互作用的数量关系?

运用数学理论研究中国古代的阴阳学说已有一些很好的工作<sup>[2-8]</sup>.近来,陈克恭和马如云<sup>[9]</sup>通过

引入单纯属性层面的概念并借助单纯属性的状态平衡点及其相对偏离量  $\delta$  来定义相对于  $\delta$  的阳值和阴值坐标为

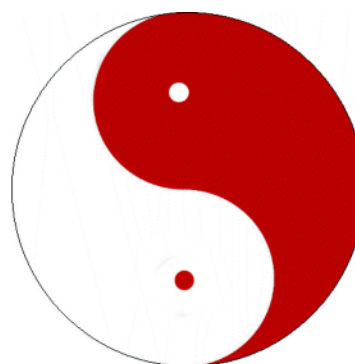


图 1 传统太极阴阳鱼

Fig 1 Traditional Yin-and-Yang double-fish diagram

收稿日期: 2015-10-10; 修改稿收到日期: 2015-10-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11361054)

作者简介: 陈克恭(1961—),男,甘肃兰州人,研究员,博士研究生导师,西北师范大学党委书记.主要研究方向为自然地理学. E-mail: chenkg@nwnu.edu.cn

马如云,男,教授,博士研究生导师.主要研究方向为大范围分析和微分方程. E-mail: mary@nwnu.edu.cn

$$\left(\frac{1+\delta}{2}, \frac{1-\delta}{2}\right), \delta \in [-1, 1], \quad (1)$$

进而为中国太极图建立了一个新的数学模型. 为了叙述简单, 记阳值

$$h = \frac{1+\delta}{2}, \delta \in [-1, 1],$$

则阴值为  $1-h$ . 在边长为 1 的正方形中, 高度为  $h$  的水平线段被分成长度分别为  $h$  和  $1-h$  的两段, 如图 2 所示.

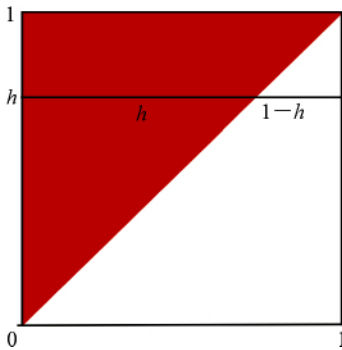


图 2 陈-马模型的直方阴阳鱼

Fig 2 Square diagram of Chen-Ma's Yin and Yang double-fish

图 2 是直角坐标系下陈-马模型的阴阳鱼示意图. 但在中国古人的观念中, 圆能更好地刻画事物的整体和全局, 因此, 如何将直方图所反映的阴阳值关系在单位圆内合理地表示出来是一个非常有意义的问题.

### 1 化方形太极图为圆形太极图

将图 2 中单位正方形的边长由 1 增加到 2, 然后作边长为 2 的正方形, 以正方形的左下顶点为原点建立直角坐标系, 如图 3 所示.

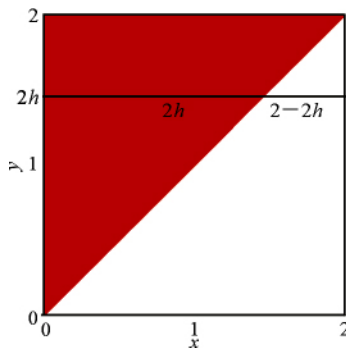


图 3 图 2 中正方形的边长被扩大 1 倍

Fig 3 The sides in Fig 2 are doubled

以点  $(1,1)$  为中心、1 为半径作图 3 中正方形的内接圆, 如图 4 所示.

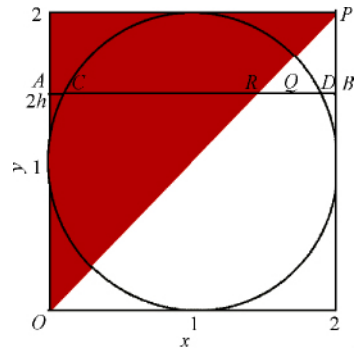


图 4 以  $(1,1)$  为圆心作半径为 1 的内接圆

Fig 4 Inscribed circle with radius 1 and center  $(1,1)$

对任意  $h \in (0, 1)$ , 过  $(0, 2h)$  作水平线交圆于  $C, D$  两点, 交正方形于  $A, B$  两点, 设它们的坐标分别为  $C(x_-, 2h), D(x_+, 2h), A(0, 2h), B(2, 2h)$ . 过原点  $O$  作正方形的对角线  $OP$ , 交  $AB$  于  $R(2h, 2h)$ , 则存在线段  $CD$  上的唯一点  $Q(x, 2h)$ , 使得

$$\frac{CQ}{DQ} = \frac{AR}{BR}, \quad (2)$$

即

$$\frac{x - x_-}{x_+ - x} = \frac{2h}{2 - 2h},$$

进而

$$x = hx_+ + (1-h)x_-. \quad (3)$$

联立方程组

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1^2 \\ y = 2h \end{cases}$$

解得

$$x_{\pm} = 1 \pm \sqrt{1 - (2h-1)^2},$$

将  $x_+, x_-$  代入 (3) 式可得

$$x = h(1 + \sqrt{1 - (2h-1)^2}) + (1-h)(1 - \sqrt{1 - (2h-1)^2}). \quad (4)$$

运用 Mathematica 4, 可以描绘出函数 (4) 的横卧 S 形图像 (图 5).

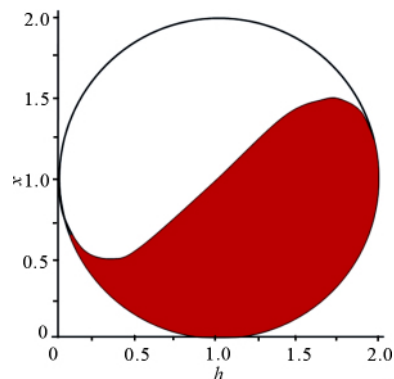


图 5 函数 (4) 的图像

Fig 5 Graph of the function (4)

将图 5 按单位圆的圆心逆时针旋转 90 度，得到与陈-马直方阴阳鱼对应的阴阳双鱼图(图 6)。

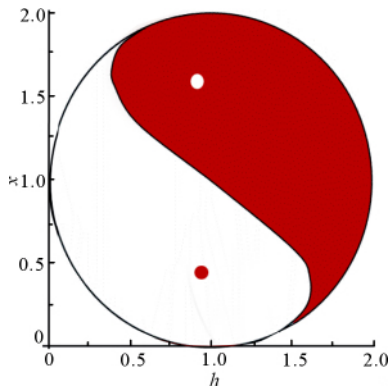


图 6 陈-马圆形阴阳鱼

Fig 6 Circular diagram of Chen-Ma's Yin-Yang double fish

注 1 在圆内，可将任何一条水平线与圆周交得的线段  $CD$  的长度看成 1，尽管它的实际长度随着  $h$  的变化而改变！曲线  $S$  上的点  $Q$  满足

$$\frac{CQ}{DQ} = \frac{QR}{BR},$$

即

$$\frac{2h}{2-2h} = \frac{k}{1-k}. \quad (5)$$

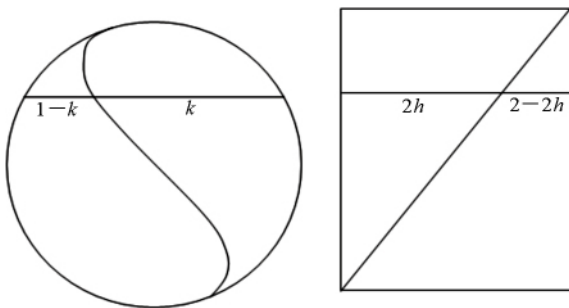


图 7 两种陈-马阴阳鱼的比较

Fig 7 Comparison of two kinds of Chen-Ma's Yin-Yang double fish diagram

(5) 式表明：在图 7 中，若以  $k$  表示圆形阴阳鱼中的“阳值段”，则  $1-k$  表示“阴值段”。由于当  $2h$  增大时， $\frac{2h}{2-2h}$  单调递增，进而  $\frac{k}{1-k}$  也随之增加，所以在陈-马阴阳图中，水平线升高，不论是方形太极图还是在圆形太极图，阳值与阴值之比也随之增加；水平线降低，阳值与阴值之比也随之减少。这从另一方面说明了陈-马模型的合理性。事实上，陈-马圆形阴阳图借助函数(4)，精准地描述了圆内阳值和阴值的分布情况。

注 2 陈-马的圆形阴阳图(图 7 左)与传统的阴阳图(图 1)结构相似。由于古人没有完整的三角函

数理论，无法推出精确的函数(4)来，所以只好运用两段半径为  $1/2$  的圆周来替代函数(4)的图像，进而绘出图 1 中的传统太极阴阳鱼。我们可以找到一个变换，将方形阴阳鱼(图 2)变换为传统的阴阳鱼(图 1)，但这个变换远没有变换(2)中的比例关系简单明了，故我们建议使用由函数(4)确定的图 6 来表示阴阳双鱼图。

注 3 通过计算可知：在陈-马的圆形阴阳鱼(图 7 左)中，当水平高度  $2h = \frac{1}{2}$  时，阴鱼水平宽度最大，约为 1.29904；当水平高度  $2h = \frac{3}{2}$  时，阳鱼水平宽度最大，约为 1.29904。因此在陈-马的圆形阴阳图中，鱼眼睛位于高为  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{3}{2}$  的水平线上。相应地，在陈-马的直方阴阳图(图 2)中，当  $h = \frac{1}{4}$  时，阳值为 0.25，阴值为 0.75；当  $h = \frac{3}{4}$  时，阳值为 0.75，阴值为 0.25。

## 2 陈-马太极图模型与二十四节气

### 2.1 二十四节气的来源

二十四节气起源于黄河流域，远在春秋时代，就定出仲春、仲夏、仲秋和仲冬四个节气，但这四个节气的变化不能与日期和四季的变化密切配合起来，不能用来指导农业生产。因此，我们的祖先又根据丰富的农业气象经验，不断地改进与完善，到秦汉年间，二十四节气已完全确立。公元前 104 年，由邓平等制定的《太初历》，正式把二十四节气订于历法，明确了二十四节气的天文位置。图 8、图 9 分别为《周髀算经》和《后汉书》给出的二十四节气晷景曲线。

二十四节气，基本上反映了黄河流域中下游气候的变化规律，是一部简要、明确、灵活而又紧密结合农业生产需要的农事历，与夏历配合使用十分方便，并且对指导农业生产很有帮助，所以广为社会所采用<sup>[10-13]</sup>。

### 2.2 二十四节气的划分和含义

先民将一年内太阳在黄道上的位置变化和引起的地面温度的演变次序分为 24 段，每段约隔半个月的时间，分列在 12 个月里面。现代天文学把地球公转一周即 1 年分为 4 段，化周天为 360 度，自春分开始，夏至为 90 度，秋分为 180 度，冬至为

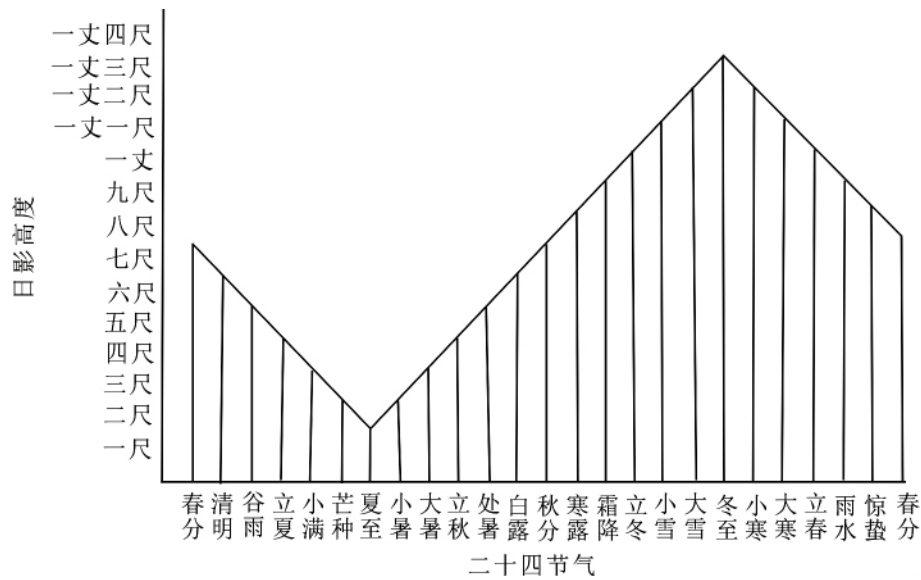


图 8 《周髀算经》二十四节气晷景曲线

Fig 8 The 24 solar terms in 《Zhou Bi Suan Jing》

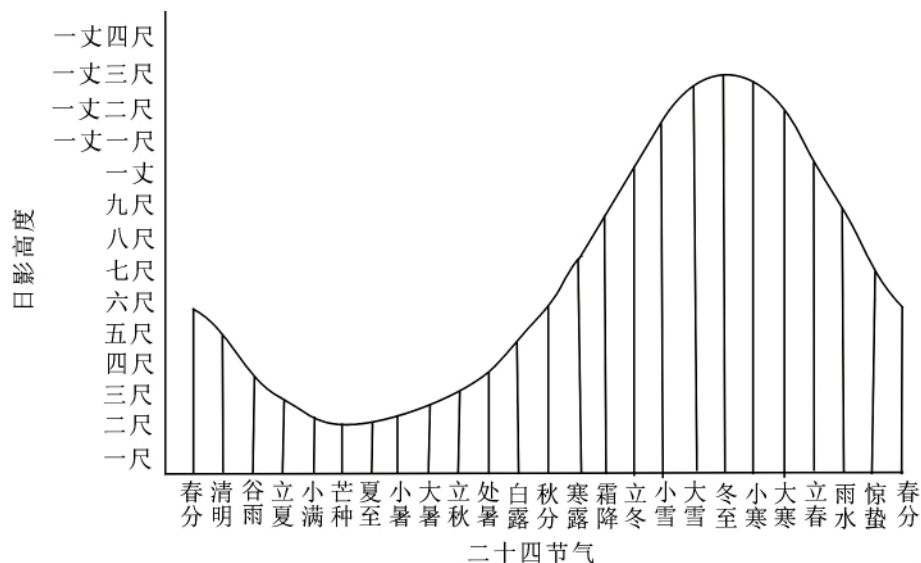


图 9 《后汉书》二十四节气晷景曲线

Fig 9 The 24 solar terms in 《Hou Han Shu》

270 度, 再至春分合成 360 度; 每一段即每相距 90 度又分为 6 个小段. 这样, 一年便分为 24 个小段, 每段的交接点就是二十四节气.

二十四节气的制定, 结合了天文学与气象学, 也综合了一年四季动植物的生长规律, 它能准确地反映出一年间的自然特征, 也可以看出地球运转而让事物产生的变化. 二十四节气在中国古代发挥了巨大的作用, 是一种人类文化、文明的变现.

十二星座是西方的一个伟大发明, 它源于天文学的一部分. 西方天文学家根据太阳在黄道上现行的位置, 将黄道带分成十二个区段, 以春分为  $0^\circ$ ,

自春分点(即黄道零度)算起, 每隔  $30^\circ$  为一宫, 并以当时各宫内所包含的主要星座来命名, 依次为白羊、金牛、双子、巨蟹、狮子、处女、天秤、天蝎、人马、山羊、水瓶、双鱼等, 称之为黄道十二宫, 如图 10 所示.

### 2.3 二十四节气与陈-马阴阳太极图数学模型

根据陈克恭和马如云<sup>[9]</sup>的阳值计算公式

$$P(x) = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad x \in [0, 2\pi], \quad (6)$$

容易绘出精准的二十四节气曲线, 见图 11.

根据(6)式可以计算出每个节气所对应的阴阳值, 见表 1.

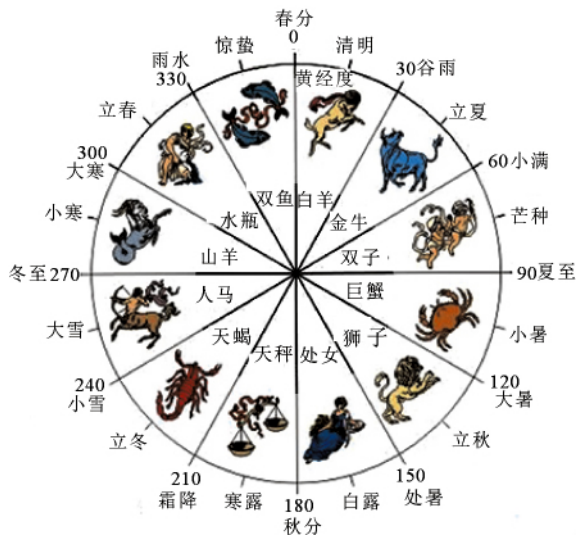


图 10 二十四节气与十二星座  
Fig 10 The 24 solar terms and the 12 constellations

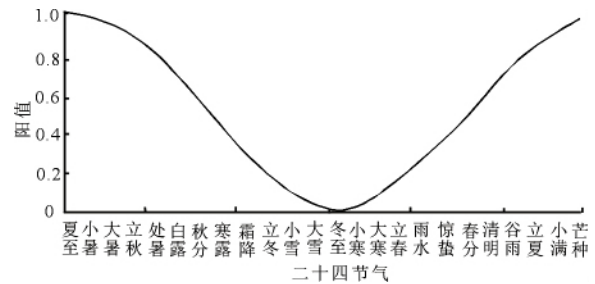


图 11 精准的二十四节气曲线

Fig 11 Precision curve of the 24 solar terms

结合图 11 及表 1 可以看出，自夏至→秋分→冬至→春分→夏至，阳值的变化是 1→0.5→0→0.5→1，而阴值的变化是 0→0.5→1→0.5→0，仅春分和秋分阴阳值相同。二十四节气的阴阳值表可以帮助人们理解相邻两个节气之间的气候变化的剧烈程度。

表 1 二十四节气阴阳值表

Tab 1 The values of Yin and Yang to the 24 solar terms

季度	节气					
春	立春 (0.067,0.933)	雨水 (0.25,0.75)	惊蛰 (0.371,0.629)	春分 (0.5,0.5)	清明 (0.629,0.971)	谷雨 (0.75,0.25)
夏	立夏 (0.854,0.146)	小满 (0.933,0.067)	芒种 (0.983,0.017)	夏至 (1,0)	小暑 (0.983,0.017)	大暑 (0.933,0.067)
秋	立秋 (0.854,0.146)	处暑 (0.75,0.25)	白露 (0.629,0.971)	秋分 (0.5,0.5)	寒露 (0.371,0.629)	霜降 (0.25,0.75)
冬	立冬 (0.146,0.854)	小雪 (0.067,0.933)	大雪 (0.017,0.983)	冬至 (0,1)	小寒 (0.017,0.983)	大寒 (0.067,0.933)

参考文献：

[ 1 ] 陈克恭. “转型”张掖——生态经济之路[M]. 兰州：甘肃文化出版社，2012.

[ 2 ] 赵喜新. 中医阴阳学说的数学模型[J]. 河南中医，1997，17(5)：264.

[ 3 ] 翟忠信. 中医阴阳学说的一个数学模型[J]. 数理医药学杂志，1999，12(4)：302.

[ 4 ] 吴昌国. 复数在中医阴阳理论中的应用研究[J]. 中国中医基础医学杂志，2002，8(4)：65.

[ 5 ] 王正山. 中医阴阳的本质及相关问题研究[D]. 北京：北京中医药大学，2014.

[ 6 ] 李金林. 阴阳相关性的泛系模型[J]. 西北民族学院学报(自然科学版)，2002，23(1)：1.

[ 7 ] 赵致镛，赵威. 中医阴阳理论的数学模型之建立及其微积分定量的研究[J]. 四川中医，2005，23(11)：8.

[ 8 ] 秦建增，陈宝田. 中医阴阳数字模型[J]. 第一军医大学学报，2004，24(8)：933.

[ 9 ] 陈克恭，马如云. 中国太极图理论的数学模型及应用[J]. 西北师范大学学报(自然科学版)，2015，51(5)：1.

[ 10 ] 牟重行. 太极图的制作原理源于二十四节气观测数据[J]. 中华医史杂志，2011，41(4)：195.

[ 11 ] 李仕激. 论太极图的形成及其与古天文观察的关系[J]. 东南文化，1991(Z1)：9.

[ 12 ] 罗翎重，胥良. 解析中华太极图的阴阳数字化之谜[J]. 云南社会科学，2006(06)：38.

[ 13 ] HSU Jong-ping, HSU Leonardo. *Space-Time Symmetry and Quantum Yang-Mills Gravity: How Space-Time Translational Gauge Symmetry Enables the Unification of Gravity with Other Forces*[M]. New Jersey: World Scientific, 2013.

(责任编辑 马宇鸿)